

Fonction logarithme

Expression littérale:

$$f(x) = \ln(x)$$

Ensemble de définition :

$$]0; +\infty[$$

Allure de la courbe :

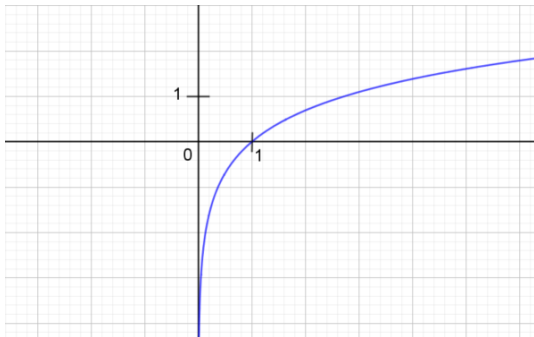


Tableau de variation :

x	0	$+\infty$
variation de $\ln(x)$	$-\infty$	$+\infty$

- La fonction logarithme est croissante.

Tableau de signes :

x	0	1	$+\infty$
signe de $\ln(x)$		-	+

-

Fonction dérivée :

$$(\ln(x))' = \frac{1}{x}$$

Limites :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \ln(x) = -\infty \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = +\infty$$

Relation fonctionnelle :

Pour $a > 0$ et $b > 0$

- $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$
- $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$
- $\ln(a^n) = n\ln(a)$ pour n entier.

Relation avec l'exponentielle :

- Pour $a > 0$ $e^{\ln a} = a$ et pour b quelconque $\ln(e^b) = b$
- Pour $b > 0$: $e^a = b$ équivaut à $a = \ln b$
- Pour tout x strictement positif et α réel : $x^\alpha = e^{\alpha \ln(x)}$

Fonction exponentielle

Expression littérale:

$$f(x) = e^x$$

Ensemble de définition :

$$]-\infty; +\infty[$$

Allure de la courbe :

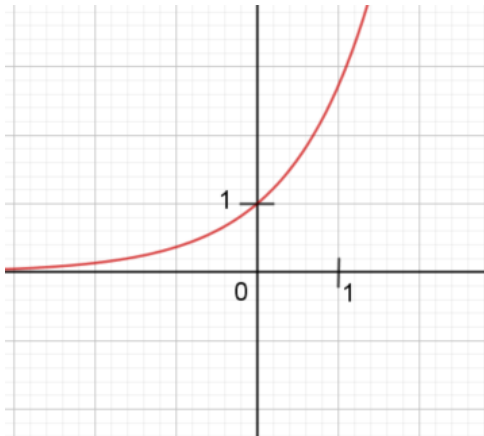


Tableau de variation :

x	$-\infty$	$+\infty$
variation de e^x	0 \longrightarrow $+\infty$	

- La fonction exponentielle est croissante

Tableau de signes :

x	$-\infty$	$+\infty$
signe de e^x	+	

- La fonction exponentielle est positive

Fonction dérivée :

$$(e^x)' = e^x$$

Limites :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0 \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$$

Relation fonctionnelle :

Pour a et b quelconques

- $e^{a+b} = e^a \times e^b$
- $e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$
- $(e^a)^n = e^{na}$ pour n entier.

Relation avec le logarithme népérien :

- Pour $a > 0$ $e^{\ln a} = a$ et pour b quelconque $\ln(e^b) = b$
- Pour $b > 0$: $e^a = b$ équivaut à $a = \ln b$
- Pour tout x strictement positif et α réel : $x^\alpha = e^{\alpha \ln(x)}$

Fonction racine carrée

Expression littérale :

$$f(x) = \sqrt{x}$$

Ensemble de définition :

$$[0; +\infty[$$

Allure de la courbe :

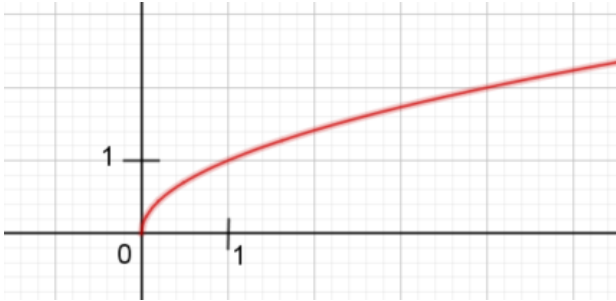


Tableau de variation :

x	0	$+\infty$
variation de \sqrt{x}	0	$\rightarrow +\infty$

-
-

Tableau de signes :

x	0	$+\infty$
signe de \sqrt{x}	0	+

-

Fonction dérivée :

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Limites :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Fonctions trigonométrique : sinus et cosinus

Fonction cosinus

Expression littérale:

$$f(x) = \cos(x)$$

Ensemble de définition :

$$]-\infty; +\infty[$$

Allure de la courbe :

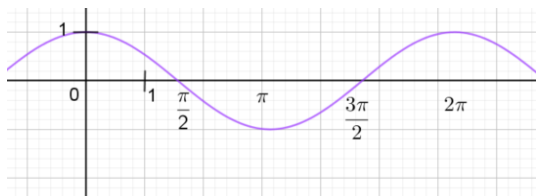


Tableau de variation :

x	0	π	2π
variation de $\cos(x)$	1	\rightarrow -1	\rightarrow 1

•

Tableau de signes :

x	0	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	2π	
signe de $\cos(x)$	+	0	-	0	+

Fonction dérivée :

$$(\cos(x))' = -\sin(x)$$

Fonction sinus

Expression littérale :

$$f(x) = \sin(x)$$

Ensemble de définition :

$$]-\infty; +\infty[$$

Allure de la courbe :

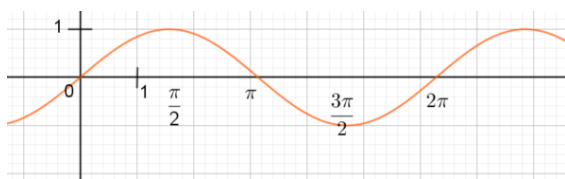


Tableau de variation :

x	0	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	2π
variation de $\sin(x)$	0	\rightarrow 1	\rightarrow -1	\rightarrow 0

•

Tableau de signes :

x	0	π	2π		
signe de $\sin(x)$	0	+	0	-	0

Fonction dérivée :

$$(\sin(x))' = \cos(x)$$

Propriétés communes :

- Les fonctions sinus et cosinus sont périodiques de période 2π
- Pour tout x , $\cos(x)$ et $\sin(x)$ sont compris entre -1 et 1.

Fonction inverse

Expression algébrique :

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

Ensemble de définition :

$$]-\infty; 0[\cup]0; +\infty [$$

Allure de la courbe :

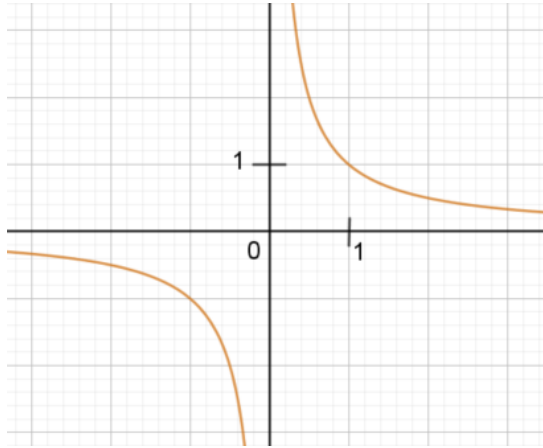


Tableau de variation :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
variation de $\frac{1}{x}$	$0 \rightarrow -\infty$	$+\infty \rightarrow 0$	

•

Tableau de signes :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
signe de $\frac{1}{x}$		-	+

•

Fonction dérivée :

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

Limites :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0 \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$$

Fonction affine (cas général)

Expression algébrique :

$f(x) = ax + b$ avec a et b réels

Ensemble de définition :

$] -\infty; +\infty[$

Fonction dérivée :

$(ax + b)' = a$

Cas $a > 0$

Allure de la courbe :

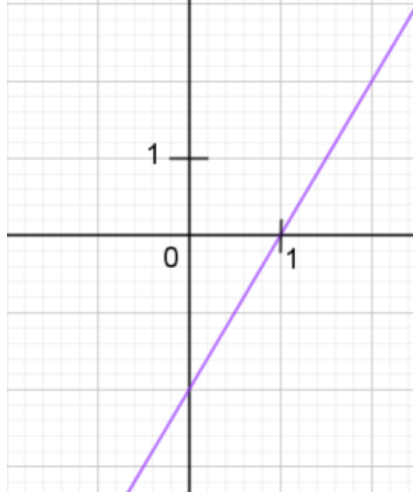


Tableau de variation :

x	$-\infty$	$+\infty$
variation de $f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

•

Tableau de signes :

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
signe de $ax + b$	-	0	+

Limites :

$\lim_{x \rightarrow -\infty} ax + b = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} ax + b = +\infty$

Cas $a < 0$

Allure de la courbe :

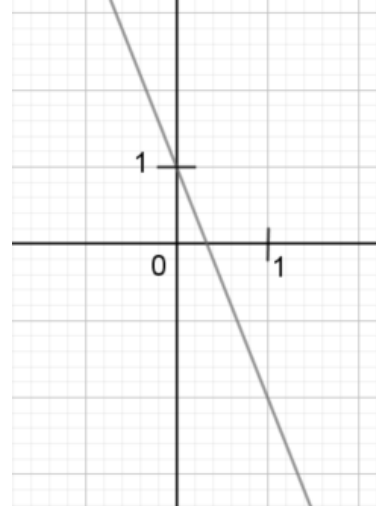


Tableau de variation :

x	$-\infty$	$+\infty$
variation de $f(x)$	$+\infty$	$-\infty$

•

Tableau de signes :

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
signe de $ax + b$	+	0	-

Limites :

$\lim_{x \rightarrow -\infty} ax + b = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} ax + b = -\infty$

Fonction linéaire (cas particulier des fonctions affines)

Expression algébrique :
 $f(x) = a$ avec a réel

Ensemble de définition :
 $] -\infty; +\infty[$

Fonction dérivée :
 $(ax)' = a$

Cas $a > 0$

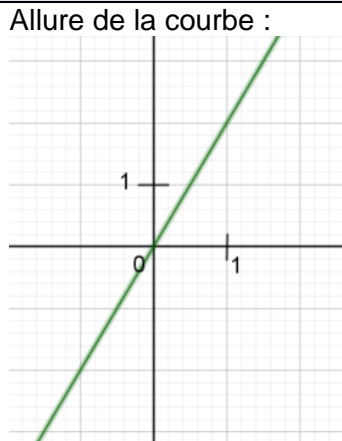


Tableau de variation :

x	$-\infty$	$+\infty$
variation de $f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

- Si $a > 0$ la fonction $f(x) = ax$ est croissante

Tableau de signes :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
signe de ax	$-$	0	$+$

Limites :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} ax = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} ax = +\infty$$

Cas $a < 0$

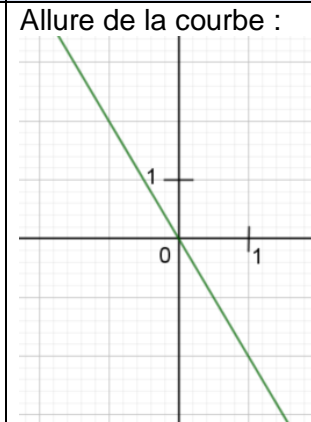


Tableau de variation :

x	$-\infty$	$+\infty$
variation de $f(x)$	$+\infty$	$-\infty$

- Si $a < 0$ la fonction $f(x) = ax$ est décroissante

Tableau de signes :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
signe de ax	$+$	0	$-$

Limites :

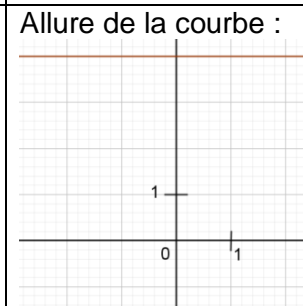
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} ax = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} ax = +\infty$$

Fonction constante (cas particulier des fonctions affines)

Expression algébrique $f(x) = b$ avec b réel

Ensemble de définition
 $] -\infty; +\infty[$

Fonction dérivée ;
 $(b)' = 0$



Signe de la fonction :
 La fonction $f(x) = b$ est du signe de b .