

Loi binomiale

Epreuve et schéma de Bernoulli

Epreuve de Bernoulli

Définition : Une épreuve de Bernoulli de paramètre p est une expérience aléatoire admettant 2 issues exactement :

- Une appelée « Succès » de probabilité p
- Une appelée « Echec » de probabilité $1 - p$

Schéma de Bernoulli

Définition : Un schéma de Bernoulli de paramètres n et p est une expérience aléatoire qui consiste à répéter n fois de façon indépendante une même épreuve de Bernoulli.

Loi binomiale

On considère un schéma de Bernoulli de paramètres n et p .

Définition : Le tableau qui donne **les probabilités du nombre de succès possibles** s'appelle la loi de probabilité suivie par le nombre de succès.

Propriété : (admise) Cette loi est la **loi binomiale** de paramètres n et p , on la note $\mathcal{B}(n, p)$

Pour n grand, on utilise un logiciel ou une calculatrice pour calculer les probabilités données par la loi binomiale.

Exemple : Dans l'activité de la cible,

- "Lancer une flèche" est une épreuve de Bernoulli car elle n'a que 2 issues :
Le succès "La flèche atteint la zone rouge." et l'échec "La flèche atteint la zone verte." La probabilité de succès était égale à 0,8 donc le paramètre était $p = 0,8$
- En répétant 5 fois les lancers de façon identique et indépendante, on obtient un schéma de Bernoulli de paramètres $n = 5$ et $p = 0,8$.

donc la loi de probabilité suivie par le nombre de succès est la loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = 0,8$.

La calculatrice donne les valeurs des probabilités. Elles sont notées dans le tableau à 0,0001 près.

Nombre de succès	0	1	2	3	4	5
Probabilité de l'issue	0,0003	0,0064	0,0512	0,2048	0,4096	0,3277

Espérance et écart-type

Propriété : (admise)

- L'espérance de la loi binomiale est $E(X) = np$
- L'écart-type de la loi binomiale est $\sigma(X) = \sqrt{np(1 - p)}$

Interprétation de l'espérance : C'est le nombre de succès que l'on peut espérer en moyenne quand on répète l'expérience un grand nombre de fois.