

# Notion de fonction

## 1 Définitions

Définitions et notations :

On définit une **fonction**  $f$  sur un ensemble de nombres  $D$  en associant à chaque nombre  $x$  appartenant à  $D$ , un **seul** nombre réel  $y$ .

- On dit que  $f$  est une fonction de la **variable**  $x$ .
- $D$  est appelé **ensemble de définition** de  $f$  (on dit que  $f$  est définie sur  $D$ )

$f: x \mapsto y$   
 $x$  est un **antécédent** de  $y$  par  $f$ .  $y$  est l'**image** de  $x$  par  $f$ .  
On la note  $f(x)$ . On lit «  $f$  de  $x$  ».

Une fonction peut être donnée par un graphique, par un tableau de valeurs, par une formule.

Exemple : On considère la fonction qui à un nombre associe son double.

- Cette fonction est définie pour tous les nombres réels donc l'ensemble de définition est  $\mathbb{R}$
- Au nombre 5 elle associe 10, donc 10 est l'image de 5 et 5 est l'antécédent de 10.

## 2 Expression algébrique

On considère toujours la fonction  $f$  qui à un nombre associe son double :  $f(x) = 2x$ .

Notation : On note  $f : x \mapsto 2x$

On lit "f qui à  $x$  associe  $2x$ ."

Définition Dans notre exemple  $2x$  est l'**expression algébrique** de la fonction  $f$ .

**Attention :** Certaines fonctions n'ont pas d'expression algébrique.

## 3 Tableau de valeurs

Exemple

$x$	0	1	2	4	5	9
$f(x)$	-9	-8	-5	7	16	72

est un tableau de valeurs de la fonction  $f : x \mapsto x^2 - 9$

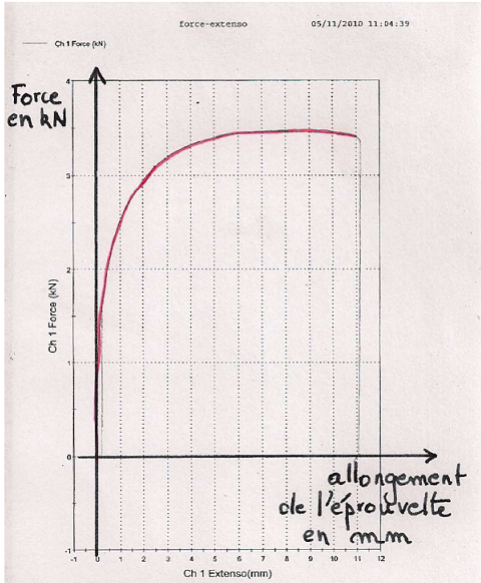
## 4 Courbe représentative d'une fonction

Définition : La fonction  $f$  est définie sur  $D$ . Dans le plan muni d'un repère, la courbe représentative  $C_f$  de la fonction  $f$  est l'ensemble des points  $M(x; y)$  tel que  $y = f(x)$  quand  $x$  prend toutes les valeurs de  $D$ . On dit que  $C_f$  a pour équation  $y = f(x)$ .

### 4.1 Exemple 1

Un chercheur en résistance des matériaux mesure la force appliquée sur une éprouvette de métal en fonction de l'allongement de celle-ci.

L'appareil enregistreur a tracé la courbe ci-dessous : c'est la **courbe représentative** de la fonction  $f$  qui à l'allongement en millimètre associe la force en kN.



Ensemble de définition :

L'allongement de l'éprouvette ne peut pas être négatif donc  $x > 0$ , de plus lorsque l'allongement atteint 11 mm, l'éprouvette casse donc  $x < 11$ . Cette fonction est définie sur  $[0; 11]$

Exemple de correspondance : Pour obtenir un allongement de 2 mm, il faut tirer avec une force de 2,9 kiloNewton.

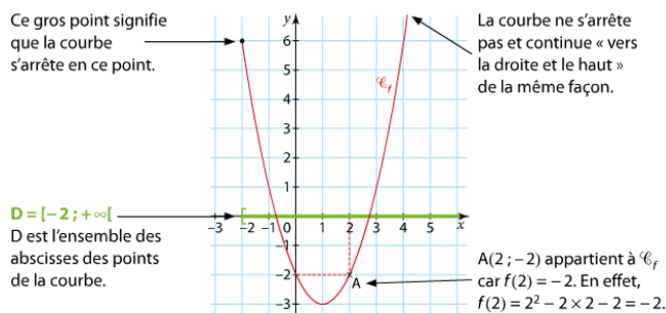
On a  $f(2) = 2,9$ .

L'image de 2 est 2,9.

L'antécédent de 2,9 est 2.

### 4.2 Exemple 2

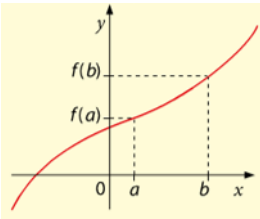
$C_f$  représente la fonction  $f$  définie sur  $D = [-2; +\infty[$  par  $f(x) = x^2 - 2x - 2$



## 5 Sens de variation - Maximum et minimum

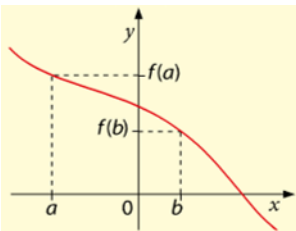
**Définition :** Une fonction  $f$  est strictement **croissante** sur un intervalle  $I$  si lorsque  $x$  augmente dans  $I$ , son image  $f(x)$  augmente aussi.

C'est-à-dire pour tout réels  $a$  et  $b$  de l'intervalle  $I$ , si  $a < b$  alors  $f(a) < f(b)$ .

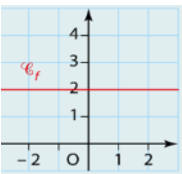


**Définition :** Une fonction  $f$  est strictement **décroissante** sur un intervalle  $I$  si lorsque  $x$  augmente dans  $I$ , son image  $f(x)$  diminue.

C'est-à-dire pour tout réels  $a$  et  $b$  de l'intervalle  $I$ , si  $a < b$  alors  $f(a) > f(b)$ .



**Définition :** Une fonction  $f$  est **constante** sur un intervalle  $I$  si pour tout réels  $a$  et  $b$  de l'intervalle  $I$ ,  $f(a) = f(b)$



**Méthode :** Etudier le **sens de variation** d'une fonction, c'est repérer les intervalles sur lesquels la fonction est croissante ou décroissante (voire constante)

On résume son sens de variation dans un **tableau de variation**.

**Définition :**  $f$  atteint son maximum en  $a$  sur  $I$  si pour tout réel  $x$  de  $I$ ,  $f(x) < f(a)$ .

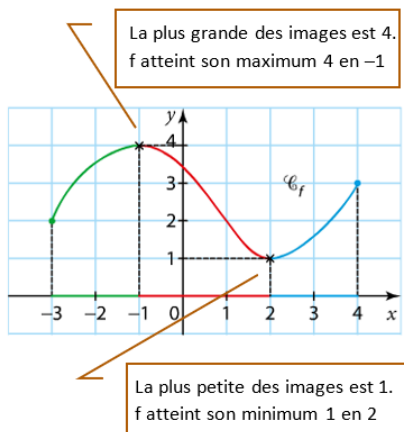
$f(a)$  est la plus grande des images  $f(x)$  pour  $x \in I$

**Définition :**  $f$  atteint son minimum en  $a$  sur  $I$  si pour tout réel  $x$  de  $I$ ,  $f(x) > f(a)$ .

$f(a)$  est la plus petite des images  $f(x)$  pour  $x \in I$

**Exemple :**

**Courbe représentative de  $f$**



**Sens de variation de  $f$  sur  $[-3; 4]$**

- $f$  est strictement croissante sur  $[-3; -1]$
- $f$  est strictement décroissante sur  $[-1; 2]$
- $f$  est strictement croissante sur  $[2; 4]$

**Tableau de variation de  $f$**

$x$	-3	-1	2	4
$f(x)$	2	4	1	3