Suites arithmético-géométriques

Cette fiche est une fiche de suivi des révisions sur l'exercice sur les suites au bac.

Regardez les vidéos, faire les trois exercices des pages suivantes et remplir la fiche.

1) Refaire le schéma de production d'une suite arthmético-géométrique
2) Recopier et compléter le tableau ci-dessous

Questions	Exercice 1		Exercice 2		Exercice 3	
1. Bac à sable						

Indiquer les libellés des 7 questions types de l'exercice de bac sur les suites que vous avez trouver dans les vidéos

Indiquer le numéro de la question de l'exercice correspondante à la question type.
Mettre une croix si la question n'est pas présente

Indiquer votre réussite à la question de l'exercice par un code couleur par exemple

3) Quelles sont les questions suplémentaires que vous avez éventuellement rencontrées dans les exercices :

4) Pour chaque exercice, indiquer le bout de phrase et souligner le verbe qui indique la multiplication correspondante à la variation relative constante.

Exercice 1 :

Exercice 2 :

Exercice 3 :

5) Indiquer les peaux de bananes que vous avez rencontrées :

Exercice 1 : Amérique du nord mai 2019

Exercice 2 **5 points**

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

Une commune dispose de 380 voitures et propose un système de locations de ces voitures selon les modalités suivantes :

- chaque voiture est louée pour une durée d'un mois;
- la location commence le 1er jour du mois et se termine le dernier jour du même mois;
- le nombre de voitures louées est comptabilisé à la fin de chaque mois.

À la fin du mois de janvier 2019, 280 voitures ont été louées avec ce système de location.
Le responsable de ce système souhaite étudier l'évolution du nombre de locations de voitures.
Pour cela il modélise le nombre de voitures louées chaque mois par une suite (u_n), où, pour tout entier naturel n, u_n représente le nombre de voitures louées le n-ième mois après le mois de janvier 2019. Ainsi $u_0 = 280$.
On admet que cette modélisation conduit à l'égalité : $u_{n+1} = 0{,}9u_n + 42$.

1. Combien de voitures ont-elles été louées avec ce système de location au mois de février 2019?

2. Pour tout entier naturel n, on pose : $v_n = u_n - 420$.

a. Montrer que la suite (v_n) est géométrique. On précisera le premier terme v_0 et la raison.

b. Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n et montrer que $u_n = -140 \times 0{,}9^n + 420$.

3. Déterminer la limite de la suite (u_n) puis interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

4. La commune, qui possède initialement 380 véhicules, envisage d'acheter des voitures supplémentaires pour répondre à la demande. Le responsable de la commune souhaite prévoir à partir de quelle date le nombre de voitures sera insuffisant.

On souhaite utiliser l'algorithme ci-dessous :

```
N ← 0
U ← 280
Tant que .........
        N ← N+1
        U ← .........
Fin Tant que
```

a. Recopier et compléter l'algorithme.

b. Que contient la variable N à la fin de l'exécution de l'algorithme?

c. En déduire le mois durant lequel la commune devra augmenter le nombre de voitures.

5. Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation :

$$-140 \times 0{,}9^n + 420 > 380$$

et retrouver le résultat précédent.

Exercice 2 : Antilles -Guyanne juin 2019

Exercice 2 **5 points**

Candidats de ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de L

Un infographiste simule sur ordinateur la croissance d'un bambou. Il prend pour modèle un bambou d'une taille initiale de 1 m dont la taille augmente d'un mois sur l'autre de 5 % auxquels s'ajoutent 20 cm.
Pour tout entier naturel n non nul, on note u_n la taille, exprimée en centimètre, qu'aurait le bambou à la fin du n-ième mois, et $u_0 = 100$.

1. Calculer u_1 et u_2.
2. Expliquer pourquoi, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 1,05 \times u_n + 20$.
3. Pour tout entier naturel n, on pose : $v_n = u_n + 400$.
   a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme v_0.
   b. Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n.
   c. En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = 500 \times 1,05^n - 400$.
   d. Calculer la taille du bambou, au centimètre près, à la fin du 7[e] mois.
4. On considère l'algorithme ci-dessous dans lequel n est un entier naturel et u est un nombre réel.

```
u ← 100
n ← 0
Tant que u < 200 faire
    u ← 1,05 × u + 20
    n ← n + 1
Fin Tant que
```

   a. Recopier et compléter le tableau ci-dessous en ajoutant autant de colonnes que nécessaire pour retranscrire l'exécution de l'algorithme.

Test $u < 200$		vrai		...
Valeur de u	100			...
Valeur de n	0			...

   b. Quelle est la valeur de la variable n à la fin de l'exécution de l'algorithme?
   Interpréter le résultat au regard de la situation étudiée dans cet exercice.
   c. Modifier les lignes nécessaires dans l'algorithme pour déterminer le nombre de mois qu'il faudrait à un bambou de 50 cm pour atteindre ou dépasser 10 m.

Exercice 3 : Polynésie Juin 2019

Exercice 3 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Sur un site de vente en ligne, Antoine a commandé une machine à café à capsules.

1. Chaque capsule achetée à l'unité coûte 0,60 €. Une offre permet d'acquérir 150 capsules au prix de 60 €.

   De quel pourcentage de réduction bénéficie-t-on grâce à l'offre par rapport à un achat à l'unité ?

2. Au 1er janvier 2017, on comptait 60 000 utilisateurs de cette machine à café.

   On estime que chaque mois, 10 % des propriétaires cessent de l'utiliser mais on compte 24 000 nouveaux utilisateurs.

   a. Expliquer pourquoi le nombre d'utilisateurs de cette machine à café n mois après le 1er janvier 2017, peut être modélisé par la suite (u_n) définie par :

   $$u_0 = 60000 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = 0,9u_n + 24000.$$

   b. On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par : $v_n = u_n - 240000$. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

3. **a.** n étant un entier naturel, exprimer v_n en fonction de n.

   b. En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = 240000 - 180000 \times 0,9^n$.

4. Au bout de combien de mois le nombre d'utilisateurs de cette machine à café dépassera-t-il pour la première fois 230 000 ?

5. L'entreprise qui fabrique cette machine à café prétend qu'elle touchera un certain mois plus de 250 000 utilisateurs. Que penser de cette affirmation ?