

Correction de l'activité loi à densité

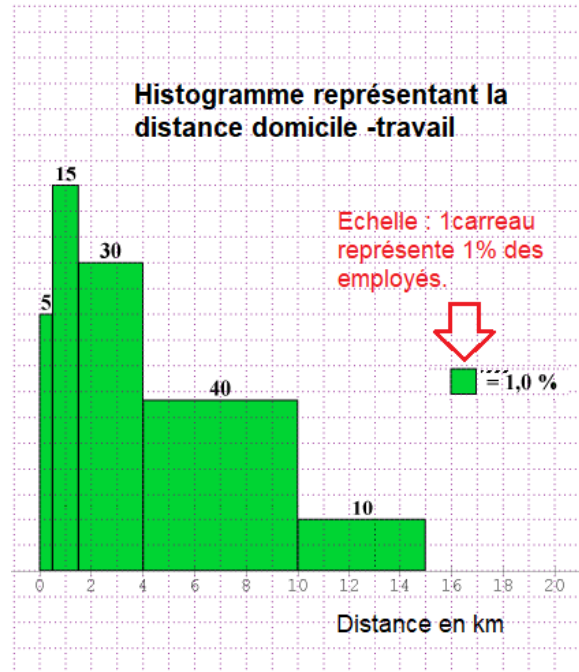
Voici une étude statistique qui donne la distribution des distances domicile-travail des employés d'une entreprise.

Distance en kilomètres	[0 ; 0,5]]0,5 ; 1,5]]1,5 ; 4]]4 ; 10]]10 ; 15]
Fréquence en %	5	15	30	40	10

- 1) 30 % des employés de l'entreprise habite entre 1,5 km et 4 km de l'entreprise.
- 2) L'axe des abscisses est régulièrement gradué.

Les aires des rectangles sont proportionnelles à la fréquence représentée.

Cette représentation permet de voir qu'il y a 6 fois plus de personnes qui habitent entre 2 km et 4 km de leur travail que de personnes qui habitent entre 10 km et 12 km. Ceci alors qu'il y a le même écart entre 2 et 4 km qu'entre 10 et 12 km. Une lecture trop rapide et fautive du tableau n'aurait pas permis d'arriver à cette conclusion. (ceci si on accepte que la répartition des effectifs à l'intérieur d'une classe est uniforme.)



- 3) Soit X la variable aléatoire donnant la distance domicile-travail en kilomètre d'un employé pris au hasard.
 - a) $P(X \in [1,5; 4]) = 0,3$
 - b) $P(X \in [1,5 ; 10]) = 0,7$
 - c) $P(x \in [7; 10]) = 0,2$ si on suppose que la **répartition des personnes est uniforme** entre 4 et 10 km.

La largeur de l'intervalle $[7; 10]$ est deux fois plus petite que celle de la intervalle $[4; 10]$ donc si la répartition des effectifs est uniforme, la probabilité d'une personne tirée au hasard habite entre 7 et 10 km du travail est deux fois plus petite que la probabilité qu'elle habite de 4 à 10 km du travail.

- d) Avec la même hypothèse, $P(X \in]10; 11]) = \frac{0,10}{5} = 0,02$ car la largeur de l'intervalle $]10; 11]$ est 5 fois plus petite que celle de l'intervalle $]10; 15]$
- e) Avec la même hypothèse, $P(X \in]10,5; 11]) = \frac{0,02}{2} = 0,01$
- f) Avec la même hypothèse, $P(X \in]10,9; 11]) = \frac{0,02}{10} = 0,002$
- g) En continuant le raisonnement précédant, on réduit à chaque étape la largeur de l'intervalle :

$$P(X \in]10,99; 11]) = \frac{0,002}{10} = 0,0002$$

$$P(X \in]10,999; 11]) = \frac{0,0002}{10} = 0,00002$$

$$P(X \in]10,999; 11]) = \frac{0,00002}{10} = 0,000002$$

A chaque fois la distance domicile-travail doit être comprise dans un intervalle plus petit, ce qui réduit la probabilité.

Pour que $X=11$ il faut que l'intervalle soit de largeur nulle, donc

$P(X = 11) = 0$ (résultat admis)

La probabilité qu'une personne prise au hasard dans l'entreprise habite à exactement 11 km du travail est nulle.

Bilan :

Les fréquences représentées sur un histogramme sont proportionnelles aux aires des rectangles.

Les probabilités déduites de ces fréquences sont-elles aussi proportionnelles aux aires des rectangles.

Un « rectangle » de largeur nulle est donc associé à une probabilité nulle, donc pour une variable aléatoire X continue, la probabilité que X soit égale à une valeur précise c est nulle : $P(c) = 0$ quelque soit la valeur c .