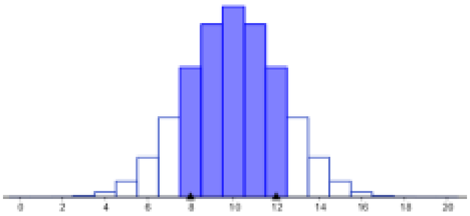
Correction de l'activité d'approche de la loi normale

1) Les deux diagrammes semblent être « enveloppés » par une courbe en cloche. Cette courbe est symétrique par rapport à la droite d'équation $x = n \times p$.
C'est la courbe représentative d'une fonction qui semble être proche de 0 pour les grandes valeurs de n et les très petites.
La somme des probabilités des résultats de l'expérience est égale à 1, comme les barres des diagrammes sont toutes de largeur 1, l'aire des diagrammes est égale à 1 et donc l'aire sous la courbe de ces « courbes en cloche » doit être proche de 1. Comme 200 >100, la base du diagramme pour n= 200 est plus large que celle du diagramme pour n= 100 donc sa hauteur est inférieure.
2) a .

n	$m = n \times p$	$\sigma = \sqrt{np(1-p)}$	$m - \sigma$	$m + \sigma$	$P(X_n \in [m - \sigma ; m + \sigma])$
50	25	$\simeq 3{,}54$	$\simeq 21{,}46$	$\simeq 28{,}54$	$\simeq 0{,}68$
100	50	5	45	55	$\simeq 0{,}73$
200	100	$\simeq 7{,}07$	$\simeq 92{,}93$	$\simeq 107{,}07$	$\simeq 0{,}71$
1000	500	$\simeq 15{,}81$	$\simeq 484{,}19$	$\simeq 515{,}81$	$\simeq 0{,}68$

b. Cette probabilité est d'environ de 0,68.

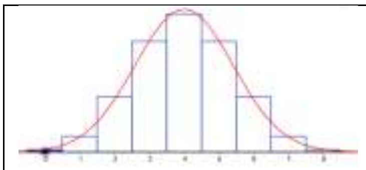
Bilan : La loi de probabilité d'une expérience de bernoulli peut être représentée par un diagramme en bâton. Si on représente ces bâtons sous la forme de rectangle de largeur 1, alors ce diagramme est assimilable à un histogramme :

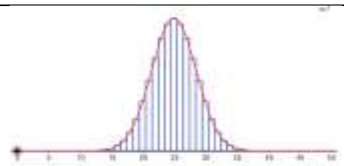


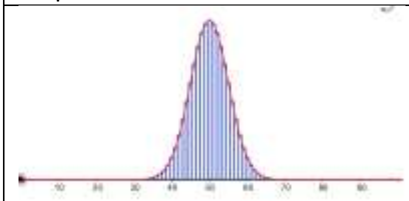
Ci-contre le diagramme en bâtons d'une expérience de Bernouilli à 20 épreuves avec une probabilité de succès de 0,5.
Les bâtons sont des rectangles de côté 1 et de hauteur la probabilité de la valeur.

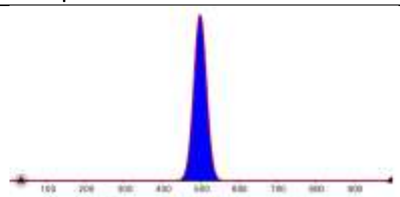
L'aire totale de l'histogramme est égale à la somme des probabililités de toutes les issues donc 1.

Plus le nombre d'épreuves augmente plus l'aire de l'histogramme et l'aire sous la courbe en rouge sont proches.


8 épreuves


50 épreuves

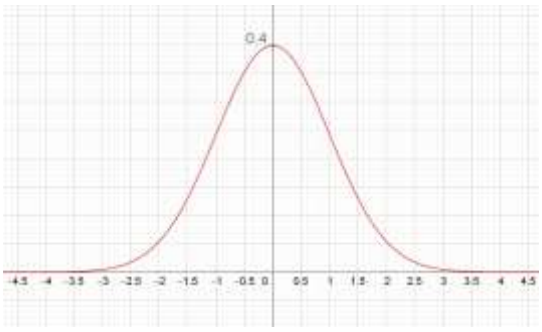

100 épreuves


1000 épreuves

Ces courbes rouges appartiennent toutes à la même famille, ce sont des gaussiennes.
Elles sont symétriques par rapport à une droite perpendiculaire à l'axe des abscisses donc d'équation $x = m$, et leur « largeur » peut-être caractérisée par un nombre appelé « écart-type ».
m est l'espérance de l'expérience de Bernouilli.

Ces courbes sont les courbes représentatives de fonctions continues, positives et dont l'aire sous la courbe est égale à 1, ces fonctions sont donc des fonctions de densité.
Elles peuvent donc être associées à des lois de probabilités de variables aléatoires définies sur $\mathbb{R}$.
Lorsqu'une variable aléatoire suit une loi associée à une fonction de ce type, on dit qu'elle suit une **loi normale**.

La loi normale d'espérance $m = 0$ (la courbe représentative de la fonction de densité est symétrique par rapport à la droite $x = 0$) et d'écart-type $\sigma = 1$ est appelée **loi normale centrée, réduite.**
Voici la représentation de sa fonction de densité.



Cette loi n'est pas une approximation d'une loi de Bernoulli. Toutes les lois normales ne sont pas des approximations de loi de Bernoulli.

La **loi normale** est une loi de probabilité souvent adaptée à **l'étude de phénomènes fréquents** :

- La variable aléatoire égale à la taille d'une personne tirée au hasard dans la population française suit une loi normale, le nombre de français est grand.
- La variable aléatoire égale au temps qui séparent deux crashs d'avion ne suit pas une loi normale, les crashes d'avions sont rares.