

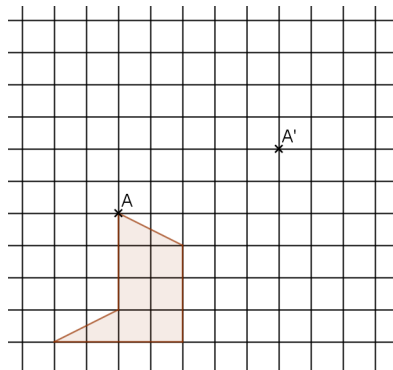
## Vecteurs - Partie 1

### 1 Rappel sur les translations

Définition :

La translation qui transforme A en A' est le déplacement qui se fait :

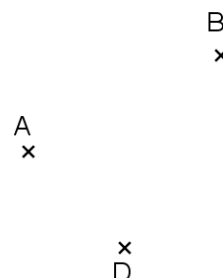
- dans la direction de la droite (AA')
- suivant le sens de A à A'
- de la longueur AA'



Propriété : (admise) C est l'image de D par la translation qui transforme A en B si et seulement si ABCD est un parallélogramme.

Propriété : Dans ce cas, on a :

- (AB) et (DC) sont parallèles,
- $AB = DC$



### 2 Vecteurs - Définition

Propriété-définition :

A toute translation, on peut associer un objet mathématique appelé **vecteur**.

Un vecteur **agit** sur l'ensemble des points par la translation associée.

Dans l'exemple ci-contre :

B est l'image de A par la translation de vecteur  $\vec{u}$

C est l'image de D par la translation de vecteur  $\vec{u}$



Propriété : (admise) Un vecteur est caractérisé par :

- sa direction
- son sens
- sa longueur appelée **norme** du vecteur.

Notation On note  $\|\vec{u}\|$  la norme du vecteur  $\vec{u}$ .

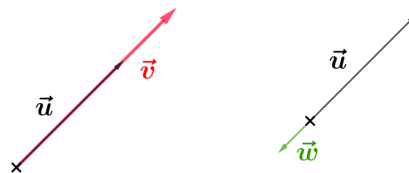
### 3 Colinéarité - Vecteurs opposés

Définition : Si deux vecteurs ont la même direction, on dit qu'ils sont **colinéaires**.

Dans les exemples ci-contre :

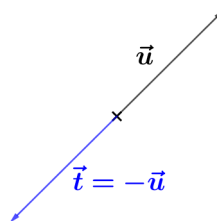
---

---



Définition : Si deux vecteurs ont la même direction, un sens différent et la même norme, on dit qu'ils sont **opposés**.

Dans l'exemple ci-contre :



Notation : On note  $-\vec{u}$  l'opposé du vecteur  $\vec{u}$ .

Remarque : Si la translation de vecteur  $\vec{u}$  envoie le point A sur le point B, alors la translation de vecteur opposé  $-\vec{u}$  envoie B sur A.

## 4 Notation des vecteurs à l'aide des points - vecteurs égaux

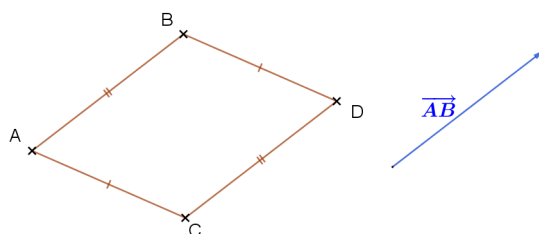
Notation : On note  $\overrightarrow{AB}$  le vecteur de la translation qui envoie A sur B.

Remarque :  $\overrightarrow{BA}$  est le vecteur de la translation qui envoie B sur A, donc  $\overrightarrow{BA}$  est l'opposé du vecteur  $\overrightarrow{AB}$ .

On a :  $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$

Exemple : Le vecteur de la translation qui envoie A sur B est  $\overrightarrow{AB}$ .

$ABDC$  est un parallélogramme, donc  $\overrightarrow{AB}$  est aussi le vecteur de la translation qui envoie C sur D.



Convention :

On écrit :  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

On dit que les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{CD}$  sont **égaux**.

Propriété :  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$  si et seulement si  $ABDC$  est un parallélogramme.

Exemple d'application : On considère l'hexagone régulier ABCDEF de centre O ci-contre.

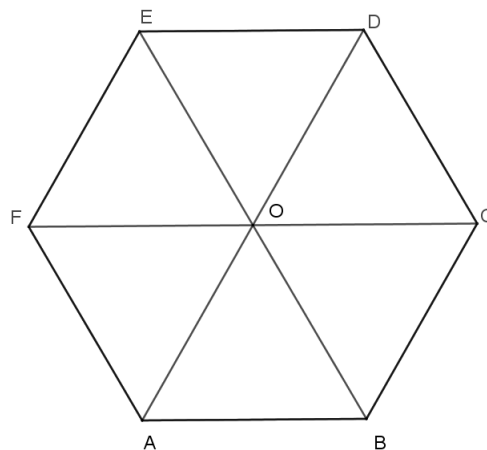
1. Citer deux vecteurs égaux au vecteur  $\overrightarrow{OA}$ .
2. Les vecteurs suivants sont-ils égaux ? Justifier.

•  $\overrightarrow{BE}$  et  $\overrightarrow{CD}$

•  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{DE}$

•  $\overrightarrow{ED}$  et  $\overrightarrow{EO}$

•  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{OC}$

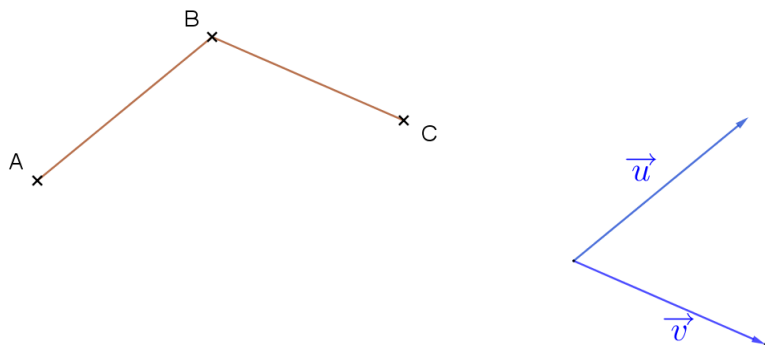


3. Que peut-on dire du quadrilatère ABCO ?

## 5 Vecteurs et opérations

### 5.1 Somme de deux vecteurs

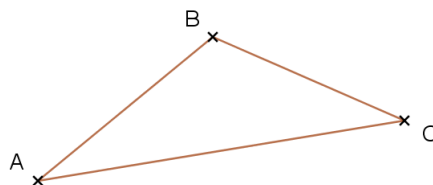
Propriété : (admise) Si  $\vec{u}$  est le vecteur de la translation qui envoie A sur B et  $\vec{v}$  est le vecteur de la translation qui envoie B sur C, alors  $\vec{u} + \vec{v}$  est le vecteur de la translation qui envoie A sur C.



Propriété : Relation de Chasles

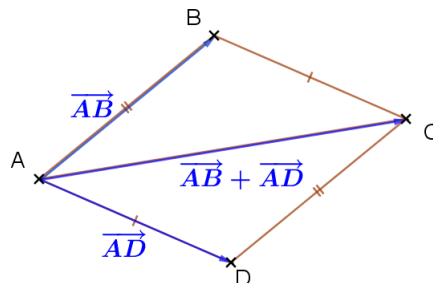
Soient A, B, C trois points du plan,

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$



Propriété : ABCD un parallélogramme si et seulement si

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$$



Propriété :  $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$

### Différence de deux vecteurs

Définition : Soit  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  deux vecteurs, on a  $\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$

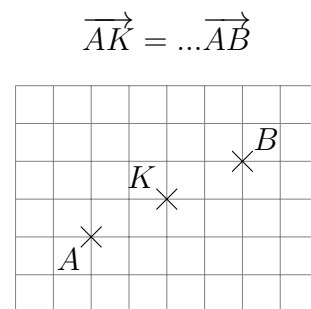
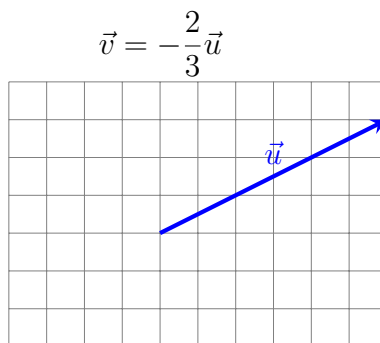
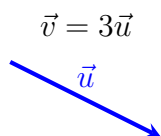
Propriété :  $\vec{u} + (-\vec{u}) = \vec{0}$

## 5.2 Produit d'un vecteur par un nombre réel

Définition : On note  $k\vec{u}$  le produit du vecteur  $\vec{u}$  par le réel  $k$ , ce **vecteur** est défini par :

- Si  $k = 0$  ou  $\vec{u} = \vec{0}$  alors  $k\vec{u} = \vec{0}$ .
- Si  $k > 0$  alors  $k\vec{u}$  a la même direction et le même sens que  $\vec{u}$  et sa norme est  $k \|\vec{u}\|$
- Si  $k < 0$  alors  $k\vec{u}$  a la même direction et le sens contraire de  $\vec{u}$  et sa norme est  $(-k) \cdot \|\vec{u}\|$

Exemples :



Propriété : (admise) Le vecteur nul est colinéaire avec tous les autres vecteurs.

Propriété : Si  $k\vec{u} = \vec{0}$  alors  $k = 0$  ou  $\vec{u} = \vec{0}$ .

Démonstration :

---



---



---

Propriété :  $\vec{u}$  et  $k\vec{u}$  sont colinéaires.

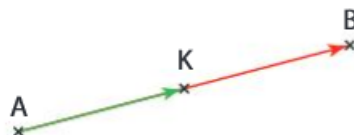
Propriété : (admise) Si  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires et  $\vec{v} \neq \vec{0}$ , alors il existe  $k$  tel que  $\vec{u} = k\vec{v}$ .

Propriété : L'opposé du vecteur  $\vec{u}$  est  $(-1) \cdot \vec{u}$ , on a donc :  $-\vec{u} = (-1) \cdot \vec{u}$ .

Propriété : Caractérisation du milieu d'un segment

K est le milieu de  $[AB]$  si et seulement si l'une de ces égalités est vraie :

- .....
- .....
- .....



### 5.3 Calcul vectoriel

Propriété : (admise)

Pour tous vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  et tous réels  $k$  et  $k'$ , on a :

- $k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v}$
- $(k + k')\vec{u} = k\vec{u} + k'\vec{u}$
- $(k \times k')\vec{u} = k \times \vec{u} + k' \times \vec{u}$

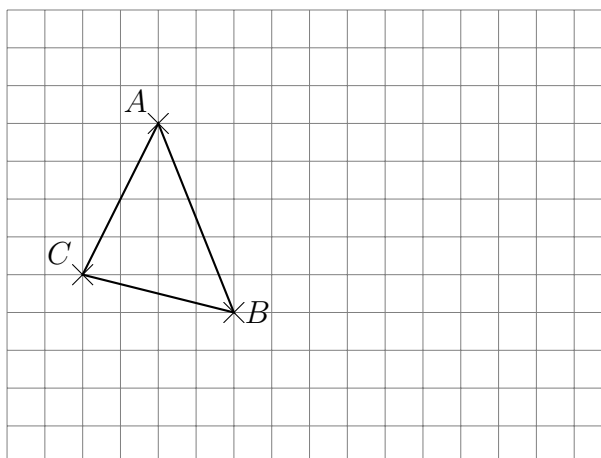
Exemple :

- $5\vec{u} - 2\vec{u} = \dots\dots\dots$
- $3(\vec{AB} + 2\vec{CD}) = \dots\dots\dots$
- $3\vec{AB} - \vec{AC} = \dots\dots\dots$

Exemple 2 : Application au plan affine

Soient A,B,C trois points du plan. Soit D le point défini par  $\vec{AD} = 3\vec{AB} - 3\vec{AC}$

1. Simplifier l'expression du vecteur  $\vec{AD}$ .  
Construire le point D.
2. Que peut-on en déduire à propos des droites (AD) et (BC) ?




---



---



---



---



---



---