Résolution algébrique d'équations et d'inéquations

1 Vocabulaire

Définition : Une solution d'une équation est une valeur que l'on peut donner à l'inconnue pour que l'égalité soit vraie.

Exemple :

$\dfrac{4}{3}$ est-il solution de l'équation $2x - 2 = 3x - \dfrac{10}{3}$?

Définition :Résoudre une équation, c'est trouver **toutes** les solutions d'une équation.

2 Résolution algébrique d'équations

Deux équations sont dites **équivalentes** quand elles ont les mêmes solutions. Résoudre l'une revient donc à résoudre l'autre.

Propriétés :

On transforme une équation en une équation équivalente :

- en développant ou en factorisant certains des termes (P_1) ;
- en ajoutant ou retranchant un **même terme** à chaque membre (P_2) ;
- en multipliant ou divisant chaque membre par un même nombre **non nul** (P_3).

Exemple : Résoudre l'équation $2x - 5 = 6x + 7$

Remarque : Certaines équations ne peuvent pas être résolues avec une méthode algébrique.

Équations de produit nul

Propriété :(Admise) Un produit est nul si l'un de ses facteurs est nul.

Application : Résolution d'équations de produit nul

Exemple : Résoudre l'équation $(2x-6)(x+4)=0$

Équations de quotient nul

Propriété :(Admise) La division par 0 est impossible, le quotient d'un nombre par 0 n'existe pas.

Définition : Les valeurs qui annulent le dénominateur d'un quotient d'expressions littérales s'appellent **des valeurs interdites**.

Exemple : On considère le quotient $\dfrac{x-2}{(x+3)(4x-3)}$.

Application : Résolution d'équations de quotient nul

Exemple : Résoudre l'équation $\dfrac{(2x-6)(x+2)}{(x+4)(x-3)}=0$

3 Trouver des solutions à l'aide d'un tableau de valeurs

Exemple : Résoudre l'équation $2x - 5 = 5x + 4$

Voici un tableau de valeurs, donnant en fonction de x, les valeurs de $2x - 5$ et de $5x + 4$.

x	2x-5	5x+4
-6	-17	-26
-5	-15	-21
-4	-13	-16
-3	-11	-11
-2	-9	-6
-1	-7	-1
0	-5	4
1	-3	9
2	-1	14

On voit que pour $x = -3$:
$2x - 5 = 5x + 4 = -11$
donc une solution de l'équation est -3.

4 Résolution algébrique d'inéquations

Définition : Deux inéquations sont **équivalentes** si elle ont les mêmes solutions.

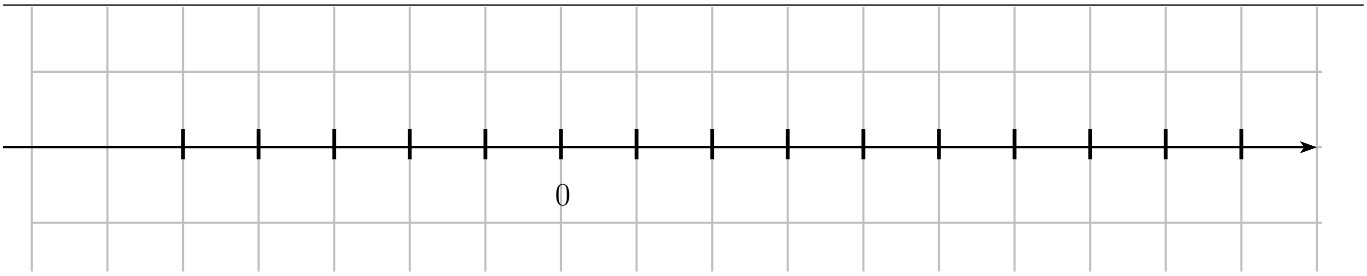
Propriétés : (admises)
Pour passer d'une inéquation à une inéquation équivalente, on peut :

- Développer, factoriser ou réduire certains termes (P_1) ;
- Ajouter ou soustraire un même nombre à chaque membre (P_2) ;
- Multiplier ou diviser chaque membre de l'inéquation par un même nombre non nul, **à condition de changer le sens de l'inégalité si ce nombre est négatif** (P_3) ;

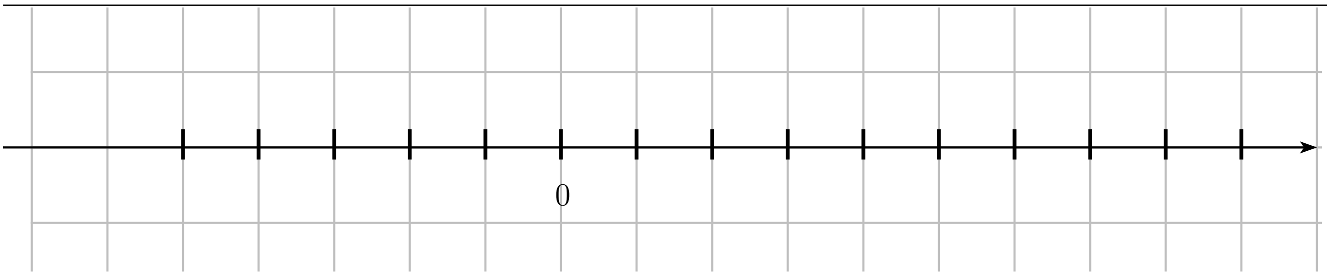
Exemple de résolution d'inéquations :

Conseil : Dans les résolutions d'équations, on essaie d'obtenir un coefficient positif devant le x.
Exemples : $2x$; $7x$; $\frac{5}{3}x$

Exemple : Résoudre $4x + 2 \leq 2x + 6$



Exemple : Résoudre $-2x + 5 \geq -x + 9$



Exemple : Résoudre $-7x < 21$