

Ordre et intervalles de \mathbb{R}

1 Ordre sur \mathbb{R}

Définition : Soient a et b deux nombres réels, on dit que a est strictement plus grand que b si $a - b$ est un nombre strictement positif, on note $a > b$.

Propriétés : (Admises)

(P1) Soient a, b, c trois nombres réels tels que :

$$a > b \text{ alors } a + c > b + c \text{ et } a - c > b - c$$

On dit que l'addition et la soustraction conservent l'ordre.

(P2) Soient a, b, c trois nombres réels tels que :

$$a > b \text{ et } c > 0 \text{ alors } a \times c > b \times c \text{ et } \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$$

On dit que la multiplication et la division par un **nombre strictement positif** conservent l'ordre.

(P3) Soient a, b, c trois nombres réels tels que :

$$a > b \text{ et } c < 0 \text{ alors } a \times c < b \times c \text{ et } \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$$

On dit que la multiplication et la division par un **nombre strictement négatif** inversent l'ordre.

Application : Voir la résolution d'inéquations.

2 Intervalles de \mathbb{R}

Définition : Soient a et b deux nombres réels tels que $a < b$.

L'intervalle $[a; b]$ est l'ensemble des nombres réels x tels que $a \leq x \leq b$.

On le représente par : 

On définit de même les intervalles suivants :

Intervalle	Ensemble des réels tels que ...	Représentation graphique
$[a; b[$	$a \leq x < b$	
$]a; b]$	$a < x \leq b$	
$]a; b[$	$a < x < b$	

Exemple : 0,8 appartient à l'intervalle $] - 1; 3]$ car $-1 < 0,8 \leq 3$

-1 n'appartient pas à cet intervalle car $] - 1$ veut dire que le nombre doit être strictement plus grand que -1.

Définition : Soit a un nombre réel,

l'intervalle $[a; +\infty[$ est l'ensemble des nombres réels x tels que $a \leq x < b$.

On le représente par : 

On définit de même les intervalles suivants :

Intervalle	Ensemble des réels tels que ...	Représentation graphique
$]a; +\infty[$	$a < x$	
$]-\infty; b]$	$x \leq b$	
$]-\infty; b[$	$x < b$	

3 Valeur absolue d'un nombre réel

Définition : soient a et b deux nombres réels, la distance entre a et b est :

- $a - b$ si $a \geq b$
- $b - a$ si $b \geq a$

Propriété : La distance entre deux nombres est un nombre positif.

Exemples :

- $a = 5$ et $b = -7$
- $a = -10$ et $b = -3$

Notation : On note $|a - b|$ la distance de a à b

Remarque : $|a - b| = |b - a|$

Définition : soit a un nombre réel, on appelle valeur absolue de a la distance entre a et 0.
La valeur absolue de a est $|a - 0| = |a|$.

Exemples :

$$a = 5 \quad a = -10 \quad a = 0$$

Propriété :

Représentation de l'intervalle $[a - r; a + r]$

Propriété :