

Ordre et intervalles de  $\mathbb{R}$

1 Ordre sur  $\mathbb{R}$

Définition : Soient  $a$  et  $b$  deux nombres réels, on dit que  $a$  est strictement plus grand que  $b$  si  $a - b$  est un nombre strictement positif, on note  $a > b$ .

Propriétés : (Admises)

(P1) Soient  $a, b, c$  trois nombres réels tels que :  
 $a > b$  alors  $a + c > b + c$  et  $a - c > b - c$

On dit que l'addition et la soustraction conservent l'ordre.

(P2) Soient  $a, b, c$  trois nombres réels tels que :  
 $a > b$  et  $c > 0$  alors  $a \times c > b \times c$  et  $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

On dit que la multiplication et la division par un **nombre strictement positif** conservent l'ordre.

(P3) Soient  $a, b, c$  trois nombres réels tels que :  
 $a > b$  et  $c < 0$  alors  $a \times c < b \times c$  et  $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

On dit que la multiplication et la division par un **nombre strictement négatif** inversent l'ordre.

Application : Voir la résolution d'inéquations.

2 Intervalles de  $\mathbb{R}$

Définition : Soient  $a$  et  $b$  deux nombres réels tels que  $a < b$ .

L'intervalle  $[a; b]$  est l'ensemble des nombres réels  $x$  tels que  $a \leq x \leq b$ .


On le représente par :




On définit de même les intervalles suivants :

Intervalle	Ensemble des réels tels que ...	Représentation graphique
$[a; b[$	$a \leq x < b$	
$]a; b]$	$a < x \leq b$	
$]a; b[$	$a < x < b$	

Exemple : 0,8 appartient à l'intervalle  $] - 1; 3]$  car  $-1 < 0,8 \leq 3$

-1 n'appartient pas à cet intervalle car  $] - 1$  veut dire que le nombre doit être strictement plus grand que -1.

Définition : Soit  $a$  un nombres réel,  
l'intervalle  $[a; +\infty[$  est l'ensemble des nombres réels  $x$  tels que  $a \leq x < +\infty$ .  
On le représente par :   
On définit de même les intervalles suivants :

Intervalle	Ensemble des réels tels que ...	Représentation graphique
$]a; +\infty[$	$a < x$	
$] - \infty; b]$	$x \leq b$	
$] - \infty; b[$	$x < b$	

### 3 Valeur absolue d'un nombre réel

Définition : soient  $a$  et  $b$  deux nombres réels, la distance entre  $a$  et  $b$  est :

- $a - b$  si  $a \geq b$
- $b - a$  si  $b \geq a$

Propriété : La distance entre deux nombres est un nombre positif.

Exemples :

- $a = 5$  et  $b = -7$
- $a = -10$  et  $b = -3$

Notation : On note  $|a - b|$  la distance de  $a$  à  $b$

Remarque :  $|a - b| = |b - a|$

Définition : soit  $a$  un nombre réel, on appelle valeur absolue de  $a$  la distance entre  $a$  et 0.  
La valeur absolue de  $a$  est  $|a - 0| = |a|$ .

Exemples :

$a = 5$  $a = -10$  $a = 0$

Propriété :

**Représentation de l'intervalle  $[a - r; a + r]$**

Propriété :