

Exercice 78 page 168

1. ABCD est un rectangle donc (AB) et (AD) sont perpendiculaires, donc (AR) et (AD) sont perpendiculaires.

D'autre part $AB = 2AD$ et $AR = \frac{1}{2}AB$ donc $AR = AD$ en choisant l'unité telle que $AR = AD = 1$, (A, R, D) peut être choisi comme repère orthonormé du plan.

2. $A(0; 0)$, $B(2; 0)$, $C(2; 1)$, $R(1; 0)$ et $Q(2; 0, 25)$

3. Le triangle ABC est rectangle en B et $AB = 2$ et $CB = 1$ Les calculs sont inutiles ici, est-ce que vous voyez pourquoi ?

$$\frac{AB \times CB}{2} = \frac{2 \times 1}{2} = 1. \text{ L'aire de ABC est 1 unité d'aire.}$$

4. Le triangle BQR est rectangle en B et $BR = 1$ et $BQ = 0, 25$

$$\frac{BR \times BQ}{2} = \frac{1 \times 0, 25}{2} = 0, 125. \text{ L'aire de BQR est 0,125 unité d'aire.}$$

5. O est le milieu de [AC], donc :

$$x_O = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{0 + 2}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ et } y_O = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{0 + 1}{2} = \frac{1}{2} = 0,5$$

$O(1; 0, 5)$

P est le milieu de [OC], donc :

$$x_P = \frac{x_O + x_C}{2} = \frac{1 + 2}{2} = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ et } y_P = \frac{y_O + y_C}{2} = \frac{0,5 + 1}{2} = \frac{1,5}{2} = 0,75$$

$P(1, 5; 0, 75)$

6. On calcule les distances RO et AR :

$RO = 0, 5$ et $AR = 1$ Les calculs sont inutiles ici, est-ce que vous voyez pourquoi ?

Le triangle ARO est rectangle en A donc :

$$\frac{AR \times RO}{2} = \frac{1 \times 0, 5}{2} = 0, 25. \text{ L'aire de ARO est 0,25 unité d'aire.}$$

7. Le projeté orthogonal de P sur (BC) est le point de (BC) le plus proche de P. On admet que (PH) et (BC) sont perpendiculaires.

$$a \quad x_H - x_P = 2 - 1,5 = 0,5$$

$$y_H - y_P = 0,75 - 0,75 = 0$$

$$HP^2 = (0,5)^2 + (0)^2$$

$$HP = \sqrt{0,25} = 0,5$$

(PH) est perpendiculaire à (CB) donc à (CQ) donc PH est la hauteur issue de P du triangle CQP donc l'aire du triangle est donnée par la formule :

$$\frac{CQ \times HP}{2} = \frac{0,75 \times 0,5}{2} = 0,1875. \text{ L'aire de CQP est 0,1875 unité d'aire.}$$

- b L'aire de OPQR est égale à l'aire de ABCD moins les aires des triangles ADC, ARQ, BQR et CPQ.

$$AB \times AD = 1 \times 2 = 2$$

$$2 - 1 - 0,25 - 0,125 - 0,1875 = 0,4375.$$

L'aire de OPQR est 0,4375 unité d'aire.