Notion de fonction

1 Définitions

Définitions et notations :

On définit une **fonction** f sur un ensemble de nombres $\mathcal{D}$ en associant à chaque nombre x appartenant à $\mathcal{D}$, un **seul** nombre réel y.

- On dit que f est une fonction de la **variable** x.
- $\mathcal{D}$ est appelé **ensemble de définition** de f (on dit que f est définie sur $\mathcal{D}$)

$\boldsymbol{f : x \mapsto y}$

x est **un antécédent** de *y* par *f*.

y est **l'image** de *x* par *f*. On la note $\boldsymbol{f(x)}$. On lit « *f* de *x* ».

Une fonction peut être donnée par un graphique, par un tableau de valeurs, par une formule.

Exemple : On considère la fonction qui a un nombre associe son double.
- Cette fonction est définie pour tous les nombres réels donc l'ensemble de définition est $\mathbb{R}$
- Au nombre 5 elle associe 10, donc 10 est l'image de 5 et 5 est l'antécédent de 10.

2 Expression algébrique

On considère toujours la fonction f qui a un nombre associe son double : $f(x) = 2x$.

Notation : On note $f : x \mapsto 2x$
On lit "f qui a x associe 2x.

Définition Dans notre exemple $2x$ est **l'expression algébrique** de la fonction f.

Attention : Certaines fonctions n'ont pas d'expression algébrique.

3 Tableau de valeurs

Exemple

x	0	1	2	4	5	9
$f(x)$	-9	-8	-5	7	16	72

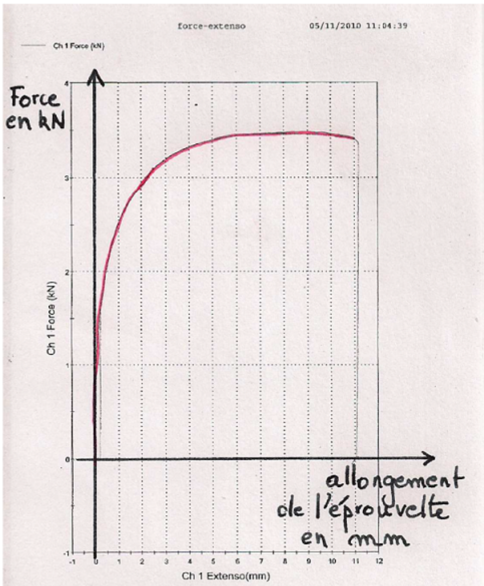
est un tableau de valeurs de la fonction $f : x \longmapsto x^2 - 9$

4 Courbe représentative d'une fonction

Définition : La fonction f est définie sur D. Dans le plan muni d'un repère, la courbe représentative C_f de la fonction f est l'ensemble des points $M(x;y)$ tel que $y = f(x)$ quand x prend toutes les valeurs de D. On dit que C_f a pour équation $y = f(x)$.

4.1 Exemple 1

Un chercheur en résistance des matériaux mesure la force appliquée sur une éprouvette de métal en fonction de l'allongement de celle-ci.
L'appareil enregistreur a tracé la courbe ci-dessous : c'est la **courbe représentative** de la fonction f qui a l'allongement en millimètre associe la force en kN.

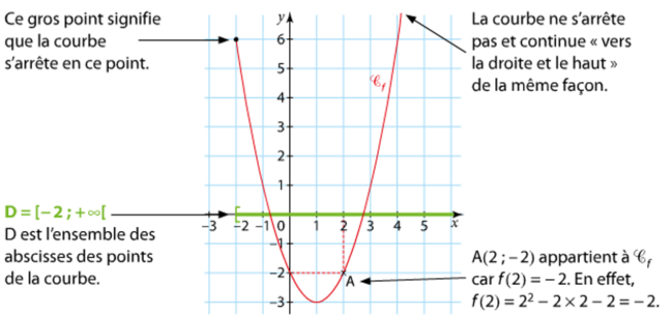


Ensemble de définition :
L'allongement de l'éprouvette ne peut pas être négatif donc $x > 0$, de plus lorsque l'allongement atteint 11 mm, l'éprouvette casse donc $x < 11$. Cette fonction est définie sur $[0;11]$

Exemple de correspondance : Pour obtenir un allongement de 2 mm, il faut tirer avec une force de 2,9 kiloNewton.
On a $f(2) = 2,9$.
L'image de 2 est 2,9.
L'antécédent de 2,9 est 2.

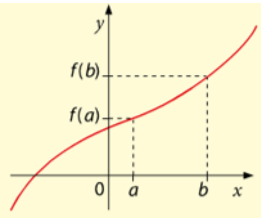
4.2 Exemple 2

C_f représente la fonction f définie sur $D = [-2;+\infty[$ par $f(x) = x^2 - 2x - 2$

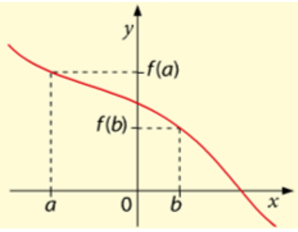


5 Sens de variation - Maximum et minimum

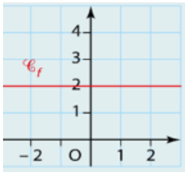
Définition : Une fonction f est strictement **croissante** sur un intervalle I si lorsque x augmente dans I, son image $f(x)$ augmente aussi.
C'est-à-dire pour tout réels a et b de l'intervalle I, si $a < b$ alors $f(a) < f(b)$.



Définition : Une fonction f est strictement **décroissante** sur un intervalle I si lorsque x augmente dans I, son image $f(x)$ diminue.
C'est-à-dire pour tout réels a et b de l'intervalle I, si $a < b$ alors $f(a) > f(b)$.



Définition : Une fonction f est **constante** sur un intervalle I si pour tout réels a et b de l'intervalle I, $f(a) = f(b)$



Méthode : Etudier le **sens de variation** d'une fonction, c'est repérer les intervalles sur lesquels la fonction est croissante ou décroissante (voire constante)

On résume son sens de variation dans un **tableau de variation**.

Définition : f atteint son maximum en a sur I si pour tout réel x de I, $f(x) < f(a)$.

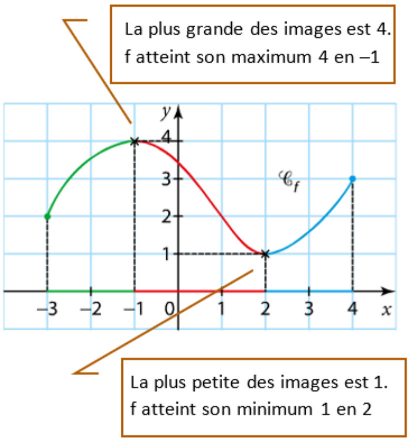
$f(a)$ est la plus grande des images $f(x)$ pour $x \in I$

Définition : f atteint son minimum en a sur I si pour tout réel x de I, $f(x) > f(a)$.

$f(a)$ est la plus petite des images $f(x)$ pour $x \in I$

Exemple :

Courbe représentative de f



Sens de variation de f sur $[-3; 4]$

- f est strictement croissante sur $[-3; -1]$
- f est strictement décroissante sur $[-1; 2]$
- f est strictement croissante sur $[2; 4]$

Tableau de variation de f

x	-3		-1		2		4
$f(x)$	2	↗	4	↘	1	↗	3