Factorisations-Développements

1. L'intérêt de calculer les expressions pour $x = 0$ est de savoir si les expressions sont développées ou factorisées :
   — Si la dernière opération à effectuer est une multiplication ou une division,l'expression est factorisée
   — Si la dernière opération à effectuer est une addition ou une soustraction, l'expression est développée (cas des lignes 1 et 2) sauf si les termes sont développables (lignes 4 à 8)

   Calculons les expressions de la première colonne du tableau pour $x = 0$:

   - $14 \times 0 + 28 = 0 + 28 = 28$ la dernière opération était une addition, $14x + 28$ est développée.

   - $0^2 - 2 \times 0 = 0 - 0 = 0$ la dernière opération était une soustraction, $x^2 - 2x$ est développée.

   - $2(7 \times 0 + 14) = 2(0 + 14) = 2 \times 14 = 28$ la dernière opération était une multiplication donc $2(7x + 14)$ est factorisée.

   - $(5 \times 0 + 6)(3 \times 0 + 2) = 6 \times 2 = 12$ la dernière opération était une multiplication donc $(5x + 6)(3x + 2))$ est factorisée.

   - Les 4 dernières expressions ne sont ni factorisées, ni développées.
     Par exemple, pour $(3x + 1)(5x - 3) + (3x + 1)(x + 2)$ la dernière opération à faire est une addition donc la forme n'est pas factorisée.
     D'autre part les deux expressions $(3x + 1)(5x - 3)$ et $(3x + 1)(x + 2)$ sont à développer, donc la forme n'est pas développée.

5. Développements et factorisations des 4 dernières expressions :

   - $(3x + 1)(5x - 3) + (3x + 1)(x + 2)$
     Développement :
     $(3x + 1)(5x - 3) = 15x^2 + 5x - 9x - 3 = 15x^2 - 4x - 3$
     $(3x + 1)(x + 2) = 3x^2 + x + 6x + 2 = 3x^2 + 7x + 2$
     donc $(3x + 1)(5x - 3) + (3x + 1)(x + 2) = 15x^2 - 4x - 3 + 3x^2 + 7x + 2 = 18x^2 + 3x - 1$
     Factorisation :
     $\underline{(3x + 1)}(5x - 3) + \underline{(3x + 1)}(x + 2) = \underline{(3x + 1)}[5x - 3 + x + 2] = (3x + 1)(6x - 1)$

   - $(5x + 6)(4x + 7) - (x + 5)(5x + 6)$
     Développement :
     $(5x + 6)(4x + 7) = 20x^2 + 24x + 35x + 42 = 20x^2 + 59x + 42$
     $(x + 5)(5x + 6) = 5x^2 + 25x + 6x + 30 = 5x^2 + 31x + 30$
     donc $(5x+6)(4x+7) - (x + 5)(5x + 6) = 20x^2 + 59x + 42 - (5x^2 + 31x + 30) = 15x^2 + 28x + 12$
     Attention à la soustraction en rouge, pour le calcul des termes, il faut faire :
     $20x^2 - 5x^2 = 15x^2$ $\qquad$ $59x - 31x = 28x$ $\qquad$ $42 - 30 = 12$
     Factorisation :
     $\underline{(5x + 6)}(4x + 7) - (x + 5)\underline{(5x + 6)} = \underline{(5x + 6)}[4x + 7 - (x + 5)] = (5x + 6)(3x + 2)$
     La gestion de la soustraction est du même type que pour le développement.

   - $(2x + 3)(5x - 1) + 2x + 3$
     Développement :
     $(2x + 3)(5x - 1) + 2x + 3 = 10x^2 + 15x - 2x - 3 + 2x + 3 = 10x^2 + 15x$
     Factorisation :
     Remarque : Quand on multiplie par 1, on ne change pas le nombre de départ, donc
     $2x + 3 = (2x + 3) \times 1$
     $(2x + 3)(5x - 1) + 2x + 3 = (2x + 3)(5x - 1) + (2x + 3) \times 1 = (2x + 3)[5x - 1 + 1] = (2x + 3) \times 5x = 5x(2x + 3)$

- $(3x+1)^2-(3x+1)(-3x+2)$
  Développement :
  $(3x+1)^2=(3x+1)(3x+1)=9x^2+3x+3x+1=9x^2+6x+1$
  $(3x+1)(-3x+2)=-9x^2-3x+6x+2=-9x^2+3x+2$
  $(3x+1)^2-(3x+1)(-3x+2)=9x^2+6x+1-(-9x^2+3x+2)=18x^2+3x-1$
  Factorisation :
  $(3x+1)^2-(3x+1)(-3x+2)=(3x+1)(3x+1)-(3x+1)(-3x+2)=(3x+1)[3x+1-(-3x+2)]=(3x+1)(6x-1)$

		Forme développée réduite	Forme factorisée
$14x+28$	D	$14x+28$	$14(x+2)$ou $7(2x+4)$
x^2-2x	D	x^2-2x	$x(x-2)$
$2(7x+14)$	F	$14x+28$	$2(7x+14)$
$(5x+6)(3x+2)$	F	$15x^2+28x+12$	$(5x+6)(3x+2)$
$(3x+1)(5x-3)+(3x+1)(x+2)$		$18x^2+3x-1$	$(3x+1)(6x-1)$
$(5x+6)(4x+7)-(x+5)(5x+6)$		$15x^2+28x+12$	$(5x+6)(3x+2)$
$(2x+3)(5x-1)+2x+3$		$10x^2+15x$	$5x(2x+3)$
$(3x+1)^2-(3x+1)(-3x+2)$		$18x^2+3x-1$	$(3x+1)(6x-1)$

5) Deux expressions algébriques sont égales si elles ont la même forme développée, en regardant le tableau on voit que :
$14x+28=2(7x+14)$
$(5x+6)(3x+2)=(5x+6)(4x+7)-(x+5)(5x+6)$
$(3x+1)(5x-3)+(3x+1)(x+2)=(3x+1)^2-(3x+1)(-3x+2)$