1. $(2x-3)(x+1) < 4x(x+1)$

On voit que $(x+1)$ est un facteur commun aux deux produits, donc on utilise la stratégie 2 : se ramener à un second membre nul factoriser le membre non nul et exploiter un tableau de signes.

$$(2x-3)(x+1) < 4x(x+1)$$
$$(2x-3)(x+1) - 4x(x+1) < 0$$
$$(-2x-3)(x+1) < 0$$

$x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$
La fonction $x \longmapsto x+1$ a pour coefficient directeur 1, ce coefficient est positif donc la fonction est croissante.

$-2x-3=0 \Leftrightarrow x=-\dfrac{3}{2}$
La fonction $x \longmapsto -2x-3$ a pour coefficient directeur -2, ce coefficient est négatif donc la fonction est décroissante.

d'où le tableau de signes.

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		-1		$+\infty$
signe de $x+1$		$-$		$-$	0	$+$	
signe de $-2x-3$		$+$	0	$-$		$-$	
signe de $(-2x-3)(x+1)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

donc $\mathcal{S} =]-\infty;-\frac{3}{2}[\ \cup]-1;+\infty[$

2. $(2x+3)^2 < 9x^2)$

On voit que si on soustrais $9x^2$, on pourra utiliser une identité remarquable pour factoriser le membre non nul, donc on utilise la stratégie 2 : se ramener à un second membre nul factoriser le membre non nul et exploiter un tableau de signes.

$$(2x+3)^2 \geq 9x^2$$
$$(2x+3)^2 - 9x^2 \geq 0$$
$$(2x+3-3x)(2x+3+3x) \geq 0$$
$$(-x+3)(5x+3) \geq 0$$

$-x+3=0 \Leftrightarrow x=3$
La fonction $x \longmapsto -x+3$ a pour coefficient directeur -1, ce coefficient est négatif donc la fonction est décroissante.

$5x+3=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{3}{5}$
La fonction $x \longmapsto 5x+3$ a pour coefficient directeur 5, ce coefficient est positif donc la fonction est croissante.

d'où le tableau de signes.

x	$-\infty$		$-\frac{3}{5}$		3		$+\infty$
signe de $-x+3$		$+$		$+$	0	$-$	
signe de $5x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
signe de $(-x+3)(5x+3)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$\mathcal{S} = [-\frac{3}{5};3]$

3. $16x^2 - 25 > 2x(8x-5)$
on voit qu'en développant les deux produits on obtiendra le même terme $16x^2$, donc on utilise la stratégie 1 : développer chaque membre de l'inéquation et isoler l'inconnue.

$$\begin{aligned}
16x^2 - 25 &> 2x(8x-5)\\
16x^2 - 25 &> 10x^2 - 10x\\
-25 &> -10x\\
2,5 &> x
\end{aligned}$$

$\mathcal{S} =]2,5;\infty[$

4. $\dfrac{5x+10}{x-1} < 2$
$\dfrac{5x+10}{x-1}$ est un quotient, donc on utilise la stratégie 3 : se ramener à un second membre nul, réduire au même dénominateur le membre non nul, puis exploiter un tableau de signes.

$$\begin{aligned}
\frac{5x+10}{x-1} &< 2\\
\frac{5x+10}{x-1} - 2 &< 0\\
\frac{5x+10}{x-1} - \frac{2(x-1)}{x-1} &< 0\\
\frac{5x+10-2x+2}{x-1} &< 0\\
\frac{3x+12}{x-1} &< 0
\end{aligned}$$

$3x+12 = 0 \Leftrightarrow x = -4$
La fonction $x \longmapsto 3x+12$ a pour coefficient directeur 3, ce coefficient est positif donc la fonction est croissante.

$x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$, donc 1 est une valeur interdite.
La fonction $x \longmapsto x+1$ a pour coefficient directeur 1, ce coefficient est positif donc la fonction est croissante.

d'où le tableau de signes.

x	$-\infty$		-4		1		$+\infty$
signe de $3x+12$		$-$	0	$+$		$-$	
signe de $x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
signe de $\dfrac{3x+12}{x-1}$		$+$	0	$-$	‖	$+$	

$\mathcal{S} = [-4;1[$