

Ordre sur \mathbb{R} - Intervalles de \mathbb{R}

1) Ordre sur \mathbb{R}

Définition : soient a et b deux nombres réels,
on dit que a est plus grand que b si $a - b$ est un nombre positif, on note $a > b$

Propriétés (admises)

- Soient a, b, c trois nombres réels tels que :
 $a > b$ alors $a + c > b + c$ et $a - c > b - c$
On dit que l'addition et la soustraction conservent l'ordre.

- Soient a, b, c trois nombres réels tels que :
 $a > b$ et $c > 0$ alors $a \times c > b \times c$ et $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$
On dit que la multiplication et la division par **un nombre strictement positif** conservent l'ordre.

- Soient a, b, c trois nombres réels tels que :
 $a > b$ et $c < 0$ alors $a \times c < b \times c$ et $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$
On dit que la multiplication et la division par **un nombre strictement négatif** inversent l'ordre.

Applications : voir la résolution d'inéquations.




2) Intervalles de \mathbb{R}

Définitions : soient a et b deux nombres réels tels que $a < b$.

L'intervalle $[a; b]$ est l'ensemble des nombres réels x tels que $a \leq x \leq b$

On le  représente :

On définit de même les intervalles suivants :


| Intervalle | Ensemble des réels tels que ... | Représentation graphique |
|------------|---------------------------------|---|
| $[a; b[$ | $a \leq x < b$ |  |
| $]a; b]$ | $a < x \leq b$ |  |
| $]a; b[$ | $a < x < b$ |  |

Exemple : 0,8 appartient à l'intervalle $] - 1; 3]$ car $-1 < 0,8 \leq 3$
-1 n'appartient pas à cet intervalle car $] - 1$ veut dire que le nombre doit être strictement plus grand que -1



Notation : « **appartient** » se note \in , exemple $0,8 \in] - 1; 3]$

Définitions : soit a un nombre réel

L'intervalle $[a; +\infty[$ est l'ensemble des nombres réels x tels que $a \leq x$

On le représente par : 

On définit de même les intervalles suivants :

| Intervalle | ensemble des réels tels que | Représentation graphique |
|------------------|-----------------------------|--|
| $]a; +\infty[$ | $a < x$ |  |
| $] - \infty; b]$ | $x \leq b$ |  |
| $] - \infty; b[$ | $x < b$ |  |

3) Valeur absolue d'un nombre réel

Définition : soient a et b deux nombres réels, la distance entre a et b est :

- $a - b$ si $a \geq b$
- $b - a$ si $b \geq a$

Propriété : La distance entre deux nombres est un nombre positif ou nul.

Exemples :

- $a = 5$ et $b = -7$
- $a = -10$ et $b = -3$

Définition : soit a un nombre réel, on appelle valeur absolue de a la distance entre a et 0. On note cette valeur absolue $|a|$.

Exemples :

- $a = 5$
- $a = -10$
- $a = 0$

Propriété :

Représentation de l'intervalle $[a - r; a + r]$

Propriété :