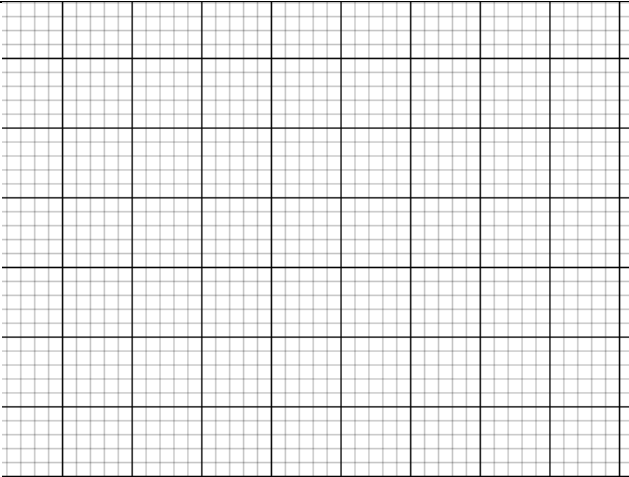
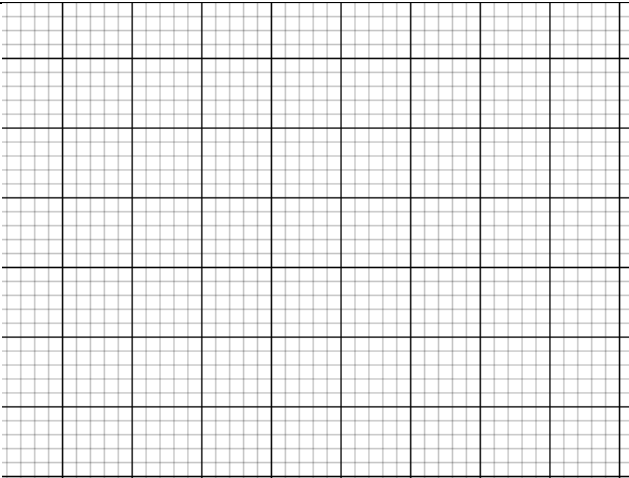
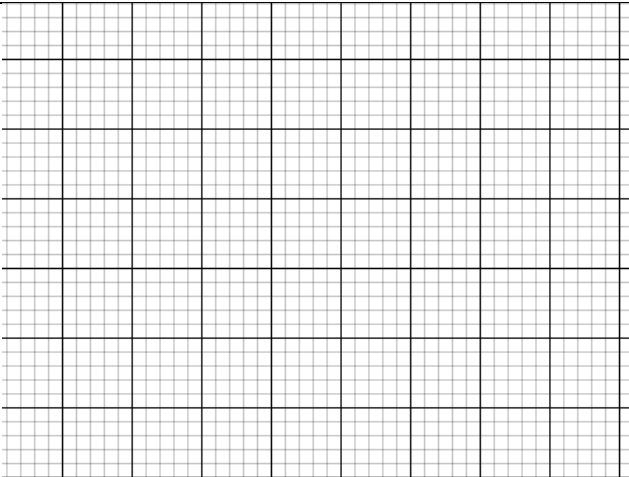


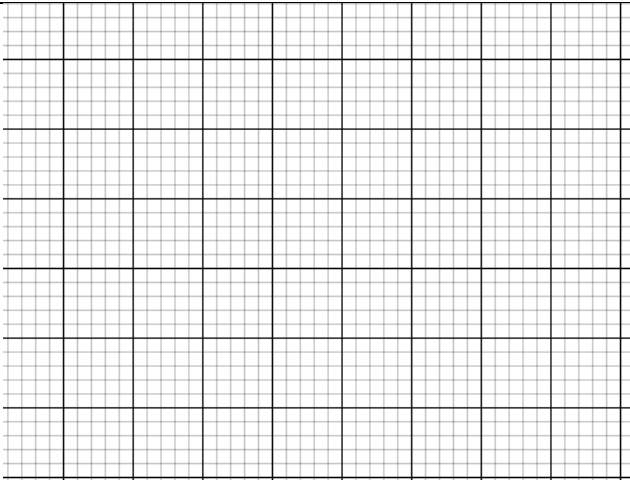
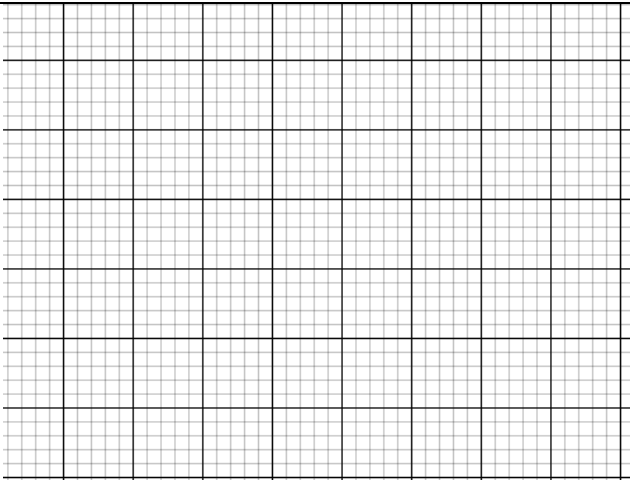
Activité 1 : Approche analytique

On considère les courbes dont une équation est de la forme
 $ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey + f = 0$ avec $a \neq 0$ ou $b \neq 0$.

a) A l'aide de Geogebra trouver les 5 formes de courbes attendues.

Nature de la courbe	Exemple d'équation	Graphique
		
		
		

--	--	--

- b) Il existe encore deux sortes de courbes dites dégénérées, les avez-vous trouvées ?
Donner l'équation et la forme de la « courbe ».

Exercice 1 :

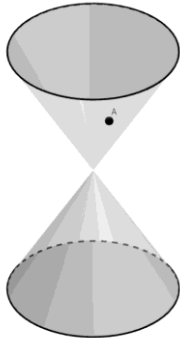
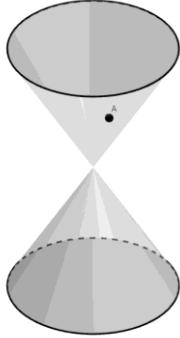
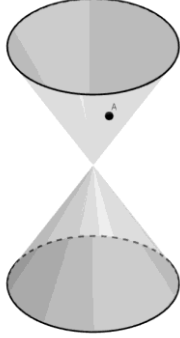
Soit (O, I, J) un repère orthonormé. Soit $A(x, y)$ un point du cercle de centre O et de rayon 4

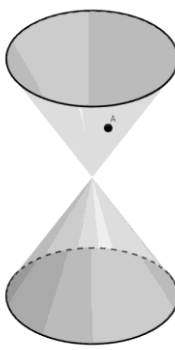
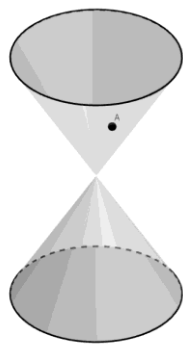
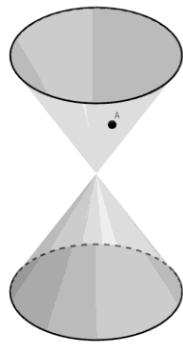
- 1) Faire une figure.
- 2) Quelle est la valeur de la distance OA ?
- 3) Exprimer OA en fonction de x et y .
- 4) En déduire l'équation du cercle de centre O et de rayon 4.

Activité 2 : Approche géométrique

- 1) Ouvrir une fenêtre « Graphique 3D »
- 2) Tracer un cône de révolution d'axe (Oz)
- 3) Tracer un plan passant par trois points.
- 4) Tracer l'intersection entre le plan et le cône.
- 5) Faire afficher cette courbe dans un graphique 2D.
- 6) Trouver toutes les courbes d'intersections possibles.

A chaque fois le point A appartient à l'intersection des deux surfaces.

Nature de la courbe	Position du plan de section	Représentation
		
		
		

Activité 3 : Équations de cercles

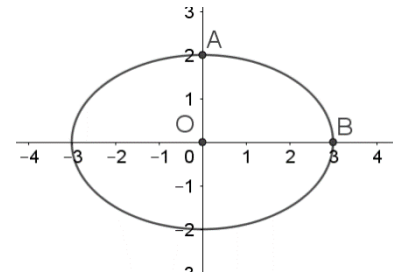
Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,I,J)

- 1) Sur Geogebra saisir l'équation $x^2 + y^2 = 16$. Préciser le centre et le rayon du cercle.
- 2) Sur Geogebra saisir l'équation $(x - 3)^2 + y^2 = 16$. Préciser le centre et le rayon du cercle.
Comment passe-t-on du cercle de la question 1 à ce cercle ?
- 3) Sur Geogebra saisir l'équation $x^2 + (y + 6)^2 = 16$. Préciser le centre et le rayon du cercle.
Comment passe-t-on du cercle de la question 1 à ce cercle ?
- 4) Inversement, quelle est l'équation du cercle de centre A (2 ; -7) et de rayon 3 ?

Bilan : donner l'équation d'un cercle de centre $A(x_A; y_A)$ et de rayon R.

Activité 4 : Équations d'ellipses

Dans toute l'activité, les ellipses seront orientées comme sur la figure ci-dessous. Les axes de l'ellipse sont parallèles aux axes du repère. Le grand axe est l'axe des x .

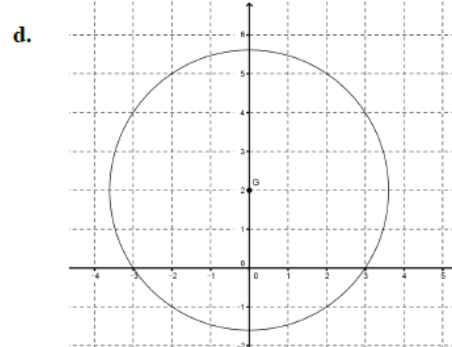
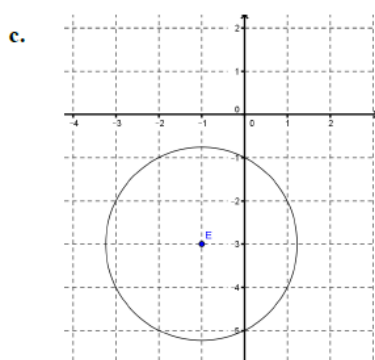
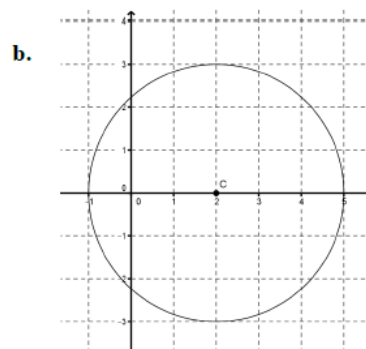
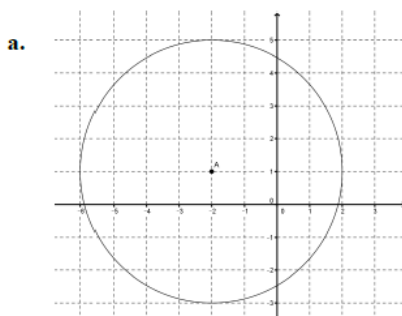


- 1) Sur Geogebra, saisir l'équation $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$
Placer les points O, A et B comme ci-contre.
- 2) O est le centre de l'ellipse, la distance OB est le demi-grand axe et la distance OA est le demi-petit axe.
Préciser les valeurs du demi-grand axe et du demi-petit axe.
Comment peut-on retrouver ces valeurs dans l'équation de l'ellipse ?
- 3) On translate l'ellipse. Le nouveau centre est $C(7; -1)$
Trouver l'équation de cette nouvelle ellipse.
- 4) Trouver l'équation d'une ellipse de centre $D(-45; 74)$, de demi-grand axe 7 et de demi-petit axe 4.

Bilan : donner l'équation d'une ellipse de centre $A(x_A; y_A)$, de demi-grand axe a et de demi-petit axe b . L'ellipse est orientée comme dans le reste de l'activité.

Exercice 2 :

- 1) Dans chaque cas, déterminer une équation du cercle représenté dans le repère.

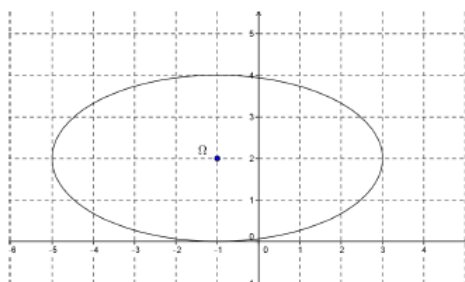
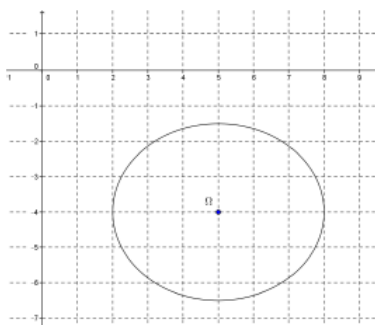
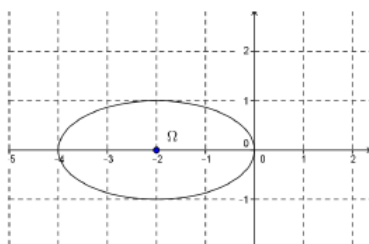


- 2) Écrire chaque équation sous la forme $A(x, y) = 0$
Développer et réduire les expressions $A(x, y)$ obtenues.

Exercice 3 :

Dans chaque cas, on donne a la longueur du demi-grand axe et b la longueur du demi-petit axe d'une ellipse E de centre Ω orientée comme sur le dessin de l'activité 4. Déterminer l'équation cartésienne de E .

- a) $a = 5$, $b = 3$ et $\Omega(-1 ; 6)$.
- b) $a = 2$, $b = 1$ et $\Omega(4 ; 0)$.
- c) $a=3$, $b=\frac{3}{4}$ et $\Omega(7 ; -3)$.

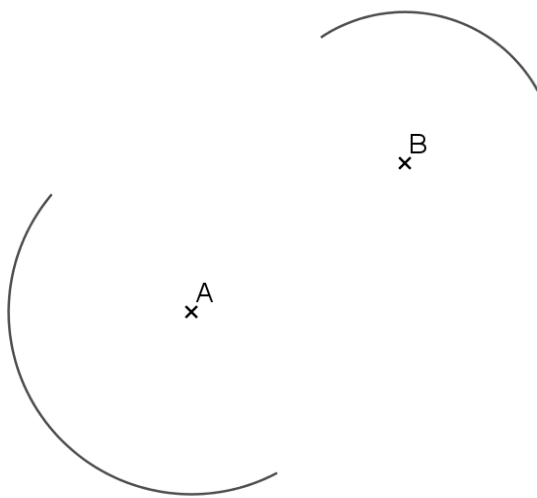
Exercice 4 : Donner l'équation cartésienne de chacune des ellipses ci-dessous.Ellipse n°1Ellipse n°2Ellipse n°3**Exercice 5 :** Tracer une courbe raccordant les deux courbes tracées de façon continue.

Rappel de cours : propriété caractéristique de la tangente à un cercle

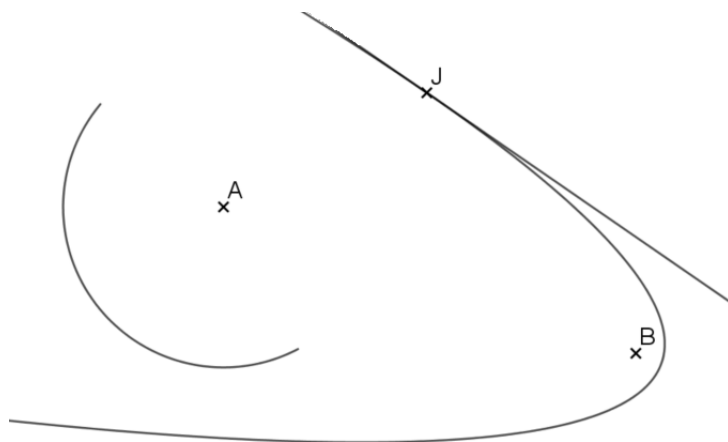
Si (t) est tangente en A au cercle de centre O passant par A alors (t) est perpendiculaire à (OA) .

Si (t) passe par A et est perpendiculaire à (OA) alors (t) est tangente en A au cercle de centre O passant par A

Exercice 6 : Tracer une courbe raccordant les deux arcs de cercles. On souhaite qu'au point de raccordement les deux courbes aient la même tangente.



Exercice 7 : La tangente à la parabole en A est tracée. Tracer une courbe raccordant l'arc de parabole en J à l'arc de cercle. On souhaite qu'au point de raccordement les deux courbes aient la même tangente.



Exercice 8 : Adapté du sujet de métropole 2020

À l'occasion de l'anniversaire de la création du fauteuil de Roger Fatus, un bureau de design en propose une nouvelle version.

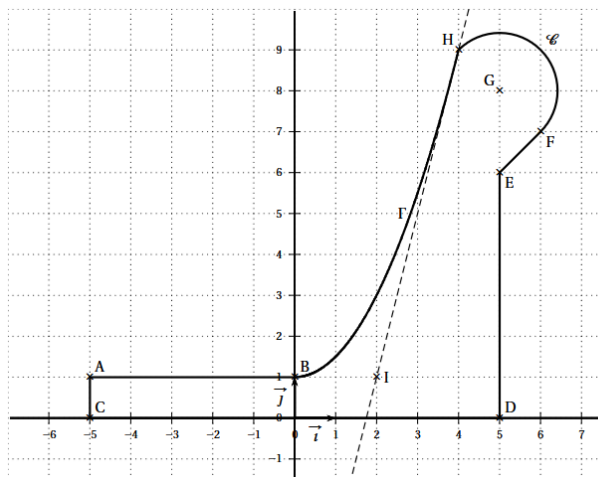
Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Dans ce repère, les points A, B, C, D, E, F, G, H et I ont pour coordonnées :

A(-5 ; 1), B(0 ; 1), C(-5 ; 0), D(5 ; 0), E(5 ; 6), F(6 ; 7), G(5 ; 8), H(4 ; 9) et I(2 ; 1).

La nouvelle version du fauteuil de Roger Fatus est représentée en coupe, dans la figure ci-dessous, par les sept objets géométriques suivants :

- les cinq segments [AB], [AC], [CD], [DE] et [EF],
- l'arc de cercle $\mathcal{C}$ de centre G reliant F à H qui représente l'appui-tête du fauteuil,
- la courbe Γ reliant les points B et H qui représente le dossier du fauteuil.

**Partie A :** Étude de l'appui tête du fauteuil

- 1) a) Donner le rayon de l'arc de cercle $\mathcal{C}$
b) Donner une équation du cercle de centre G et de rayon GF.
- 2) On s'intéresse au segment [EF].
a) Démontrer que les droites (EF) et (FG) sont perpendiculaires.
b) Que peut-on en déduire quant à la nature de la droite (EF) par rapport au cercle de centre G passant par F ?

Partie B : Étude du dossier

La courbe Γ reliant les points B et H, qui représente le dossier du fauteuil, est la courbe représentative, sur l'intervalle $[0 ; 4]$, d'une fonction polynôme f de degré 2 définie pour tout nombre réel x par : $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont des nombres réels à déterminer.

On note f' la fonction dérivée de la fonction f .

La courbe Γ est de plus soumise à la contrainte suivante : la droite (HI) est tangente à la courbe Γ au point H.

1. Prouver que $c = 1$.
2. Exprimer $f'(x)$ en fonction de x, a et b .
3. Déterminer le coefficient directeur de la droite (HI).
4. Montrer que les réels a et b vérifient un système de deux équations à deux inconnues.

-> *Facultatif : résoudre le système et donner les valeurs de a et b .*

On admet pour la suite que $a = \frac{1}{2}$ et $b = 0$

5. Donner l'expression algébrique de $f(x)$.
6. Vérifier que la droite (AB) est tangente à la courbe Γ au point B.
7. a. Compléter le tableau suivant :

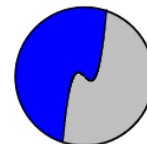
x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
$f(x)$									

On arrondira les résultats au dixième.

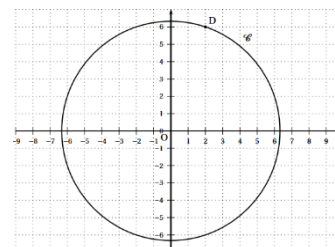
- b. Placer les points correspondants puis tracer la courbe Γ dans un repère, puis les cinq segments [AB], [AC], [CD], [DE] et [EF], et l'arc de cercle C de centre G reliant F à H.

Exercice 9 : Adapté du sujet Antilles – Guyane 2019

Un club d'alpinisme décide d'adopter le symbole représenté ci-contre :
La figure ci-dessous montre une représentation, dans un repère orthonormal, du contour circulaire de ce symbole.

**Partie A**

- Déterminer le rayon du cercle $\mathcal{C}$ de centre O , en utilisant les coordonnées entières du point D situé sur ce cercle (obtenues par lecture sur le graphique).
- Donner une équation cartésienne du cercle $\mathcal{C}$ de centre O .

**Partie B**

La courbe insérée dans le logo est la représentation d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-2 ; 2]$ dont l'expression en fonction de x est de la forme : $f(x) = ax^3 + bx + c$
avec $a \in \mathbb{R}^*, b \in \mathbb{R}, c \in \mathbb{R}$.

- Déterminer c sachant que la courbe de f passe par l'origine du repère.
- Sachant que $f(1) = 0$ et que le point D appartient à la courbe représentative de la fonction f , écrire un système de deux équations à deux inconnues vérifiées par a et b .

-> *Facultatif : résoudre le système et donner les valeurs de a et b .*

- On admet que l'expression algébrique de f est $f(x) = x^3 - x$ sur l'intervalle $[-2 ; 2]$.

- Vérifier que le point $D'(-2 ; -6)$ appartient à la courbe représentative de la fonction f .
- Calculer $f'(x)$, où f' désigne la dérivée de la fonction f .

c. -> *Facultatif : étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[-2 ; 2]$.*

- Compléter le tableau de valeurs (arrondir les valeurs au centième).

x	-2	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	2
$f(x)$							

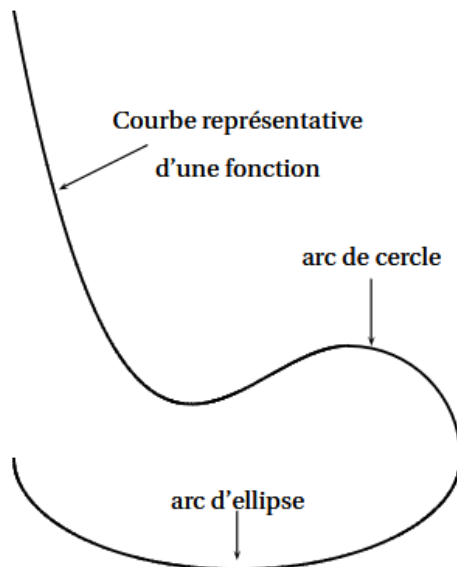
- Tracer la courbe F représentative de la fonction f dans un repère orthonormé ainsi que le cercle $\mathcal{C}$.

On admet que les points d'abscisses $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ et $\frac{\sqrt{3}}{3}$ sont les extremums relatifs de la fonction f .

Exercice 10 : Adapté du sujet Métropole 2019

Le mobilier national a présenté en 2017 une exposition intitulée « Sièges en Société, du Roi-Soleil à Marianne » à la galerie des Gobelins.

L'objectif de cet exercice est d'étudier une modélisation mathématique du profil d'un rocking-chair présenté lors de l'exposition.



On envisage pour cette modélisation de raccorder, comme représentés ci-contre, un arc d'ellipse $\mathcal{E}$, un arc de cercle, et la courbe représentative $\mathcal{L}$ d'une fonction.

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, placer les points :

A(0 ; 125), B(0 ; 25), C(100 ; 25), D(75 ; 50) et E(75 ; 25).

(On prendra 1cm pour 10 unités.)

Partie A : l'arc de cercle $\mathcal{C}$:

Une équation de ce cercle est $(x - 75)^2 + (y - 25)^2 = 625$.

- 1) Précisez le centre et le rayon de l'arc de cercle.
- 2) Vérifiez que les points C et D appartiennent au cercle.
- 3) L'arc de cercle $\mathcal{C}$ est précisément l'arc CD orienté comme sur la figure. Tracer cet arc de cercle dans le repère orthonormé.
- 4) a. Tracer sur le graphique la tangente (T) à cet arc de cercle $\mathcal{C}$ au point D.
b. Déterminer le coefficient directeur de la droite (T) .

Partie B : l'arc d'ellipse $\mathcal{E}$

On considère les points $F(50 ; 0)$ et $F'(50 ; 50)$. Et on note $\mathcal{E}$ l'ellipse dont les axes sont les segments $[BC]$ et $[FF']$.

- 1) Déterminer une équation de l'ellipse $\mathcal{E}$.
- 2) L'arc $\mathcal{E}$ est la demi-ellipse $\mathcal{E}$ d'extrémités B et C et contenant le point E. Tracer sur l'annexe une esquisse de l'arc $\mathcal{E}$.

Partie C : la courbe $\mathcal{L}$

La courbe $\mathcal{L}$ est la courbe représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 75]$ par :

$$f(x) = -0,0006x^3 + ax^2 + bx + c \text{ où } a, b \text{ et } c \text{ sont des réels à déterminer.}$$

On note f' la fonction dérivée de la fonction f .

1. On souhaite que la courbe passe par le point A. Montrer alors que $c = 125$.
2. Déterminer l'expression de la fonction f' .
3. Le point D est le point de raccordement de la courbe $\mathcal{L}$ avec l'arc de cercle $\mathcal{C}$. On souhaite que les contraintes suivantes soient vérifiées au point D :
 - la courbe $\mathcal{L}$ passe par D ;
 - la droite (T) de la partie A est tangente à la courbe $\mathcal{L}$ au point D.

Montrer que les réels a et b vérifient le système de deux équations à deux inconnues suivant :

$$\begin{cases} 75a + b = 2,375 \\ 150a + b = 10,125 \end{cases}$$

On admet dans la suite que $f(x) = -0,0006x^3 + \frac{31}{300}x^2 - 5,375x + 125$ sur l'intervalle $[0 ; 75]$.

4. Compléter le tableau de valeurs de la fonction f (on arrondira les valeurs à l'unité):

x	0	10	20	25	30	35	40	45	50	60	70	75
$f(x)$	125											

Tracer une esquisse de la courbe $\mathcal{L}$ dans le repère orthonormé.