

I. Définition d'un cône de révolution

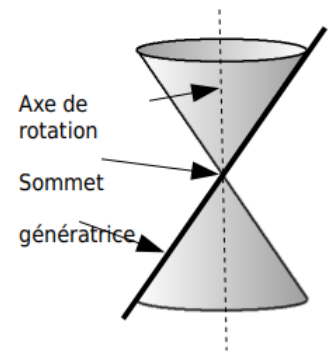
On considère deux droites sécantes de l'espace.

L'une d'elles est **l'axe** (de rotation) du cône et la seconde est **une génératrice**.

Si on fait tourner cette génératrice autour de l'axe, elle décrit une surface appelée **cône de révolution**.

C'est pourquoi on dit que cette droite « génère » le cône.

Le point d'intersection de l'axe avec la génératrice est appelé le **sommet** du cône.



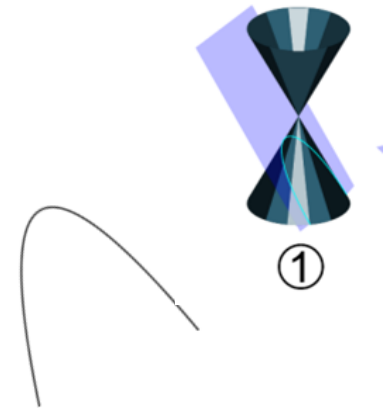
II. Intersection d'un cône avec un plan

Si on coupe un cône par un plan, l'intersection de ces deux objets géométriques est une courbe appelée **conique**.

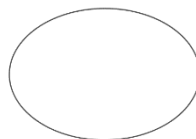
Il y a trois types de coniques non dégénérées :

- Si le plan est parallèle à une génératrice, cette conique est une **parabole** (fig 1).

Rappel: la courbe représentative de la fonction carrée est une parabole.

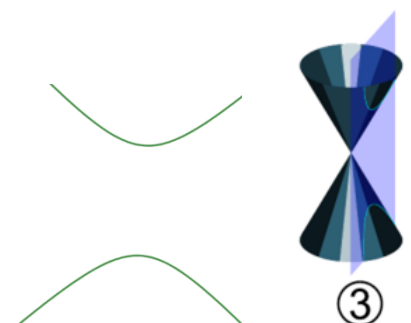


- Si le plan est orthogonal à l'axe du cône, cette conique est un **cercle**. Sinon, dans le cas d'un plan oblique, c'est une **ellipse** (fig2).



- Si le plan est parallèle à l'axe du cône, c'est une **hyperbole** (fig 3).

Rappel: la courbe représentative de la fonction inverse est une hyperbole.



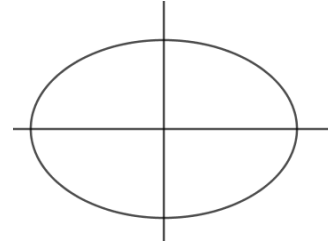
Propriétés de l'ellipse : (admisses)

Une **ellipse** a un **centre** et **deux axes de symétrie**.

Ω est son centre et ses axes de symétrie sont les droites (ΩA) et (ΩB) .

a (distance maximale entre un point de l'ellipse et son centre) est appelé **demi-grand axe**.

b (distance minimale entre un point de l'ellipse et son centre) est appelé **demi-petit axe**.

**III. Point de vue analytique**

Définition : Soit (O, I, J) un repère orthonormé.

Une équation d'une courbe est une relation entre les coordonnées d'un point qui est vraie pour tous les points de la courbe et seulement ceux-ci.

1) Le cercle :

Propriété : Soit (O, I, J) un repère orthonormé, $\Omega(a ; b)$ le centre d'un cercle de rayon r .

$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ est **une équation** de ce cercle.

Exemple 1 : Une équation du cercle de centre $\Omega(2 ; -1)$ et de rayon 3 est :

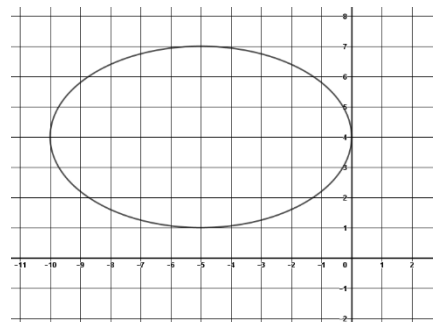
Exemple 2 : Une équation du cercle de centre $\Omega'(-3 ; 5)$ et de diamètre 6 est :

2) L'ellipse :

Propriété : (admise) Soit $\mathcal{E}$ une ellipse de centre $\Omega(x_\Omega ; y_\Omega)$ de demi grand axe $\Omega A = a$ et de demi petit axe $\Omega B = b$ telle que le grand axe soit parallèle à l'axe des abscisses.

Une équation de cette ellipse est : $\frac{(x-x_\Omega)^2}{a^2} + \frac{(y-y_\Omega)^2}{b^2} = 1$.

Exemple : L'ellipse de centre $\Omega(-5 ; 4)$, de demi grand axe $a=5$ et de demi petit axe $b = 3$ telle que le grand axe soit parallèle à l'axe des abscisses a pour équation :



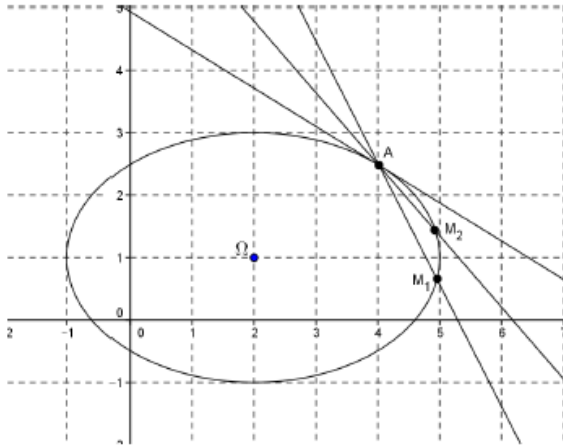
V. Tangente à une conique en un point

Définition

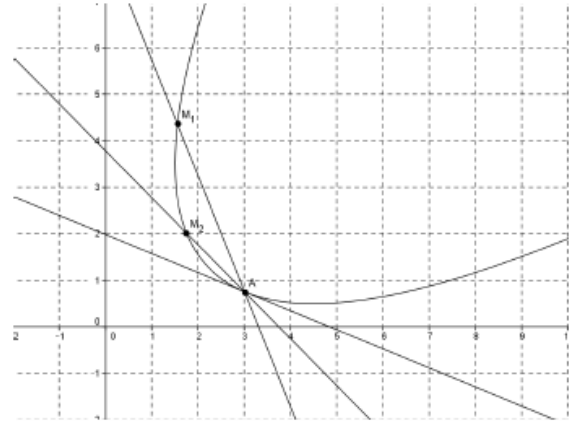
La **tangente** à une conique $\mathcal{C}$ en un point A est la position limite des sécantes à cette conique en ce point.

Exemples :

1°) Ellipse



2°) Parabole



Propriété (admise)

En tout point d'une conique, il existe une tangente.

Propriété caractéristique de la tangente à un cercle :

Si (t) est tangente en A au cercle de centre O passant par A alors (t) est perpendiculaire à (OA) .

Si (t) passe par A et est perpendiculaire à (OA) alors (t) est tangente en A au cercle de centre O passant par A .

VI. Raccordement entre deux courbes

1) Raccordement continu

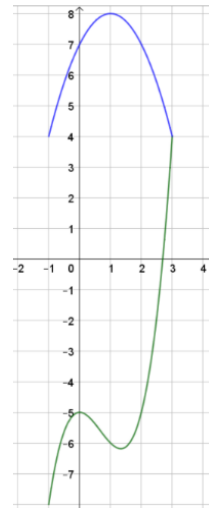
Définition : Le raccordement entre deux courbes est continu si on passe de l'une à l'autre sans lever le crayon.

Propriété : Deux courbes se raccordent de façon continue en A si et seulement si A appartient aux deux courbes.

Exemple :

Soit (O, I, J) un repère orthonormé.

On considère la fonction f définie sur $] -1; 3]$ par $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5$ et la fonction g définie sur $] -1; 3]$ par $g(x) = -x^2 + 2x + 7$. Montrer que le raccord des courbes représentatives de f et g est continu.



2) Raccordement avec tangente commune

Remarque : Si deux courbes se raccordent de façon continue et si les deux courbes ont la même tangente au point de contact, le raccordement est « plus lisse ».