Fonctions affines, équations de droites, tangente à une courbe

1 Fonctions affines

Définition : Soient m et p deux nombres, la fonction qui a x associe $mx + p$ est une fonction affine.

Exemple : $f : x \mapsto 2x + 1$ est une fonction affine.

Cas particuliers :

- Si $m = 0$ la fonction est constante.
- Si $p = 0$ la fonction est linéaire.

Définition : si $f(x) = mx+p$ alors m est le coefficient directeur de la fonction et p est l'ordonnée à l'origine.

Représentation graphique

Propriété : (admise) Soient m et p deux nombres, la représentation graphique de la fonction $f : x \mapsto mx + p$ est une droite.

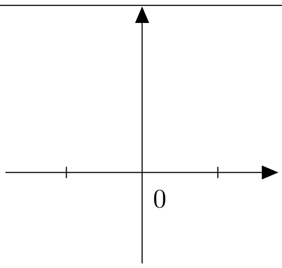
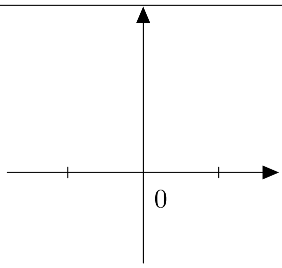
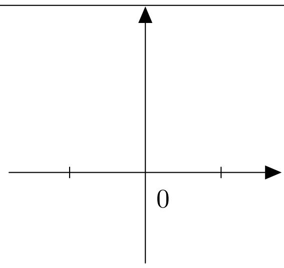
Propriété : m est la pente de la droite représentative de f.

Si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ sont deux points de la représentation graphique de f alors $m = \dfrac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$

Conséquence : Le taux de variation entre deux nombres d'une fonction affine est constant et vaut m.

Méthode : pour tracer la représentation graphique d'une fonction affine, se reporter à l'encart 23 page 26 des automatismes.

Variations et signes d'une fonction affine

<table>
<tr><td>Valeurs de m</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Variation de f</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Illustration graphique</td><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Signes de $f(x)$</td><td>$\begin{array}{c|ccccc} x & \cdot & & \cdot & & \cdot \\ \hline f(x) & & \cdot & 0 & \cdot & \end{array}$</td><td></td><td>$\begin{array}{c|ccccc} x & \cdot & & \cdot & & \cdot \\ \hline f(x) & & \cdot & 0 & \cdot & \end{array}$</td></tr>
</table>

2 Équations réduites de droites

Définition :

Soit (O, I, J) un repère du plan, une équation de droite est une relation entre x et y qui est vérifiée pour les coordonnées de tous les points de la droite et seulement ceux-ci.

Exemple : Soit (d) une droite d'équation $y = 2x + 3$

Lire graphiquement l'équation réduite d'une droite

Coller ici la feuille sur laquelle vous aurez copier l'encart 24 page 27 des automatismes.

3 Tangente à la courbe d'une fonction

3.1 Nombre dérivé

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I contenant a et b,.
Si le taux de variation $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$ de f entre a et b, tend vers un réel m quand b tend vers a, alors :

- on dit que f est dérivable en a,
- m est appelé **le nombre dérivé de f en a**. On le note $f'(a)$.

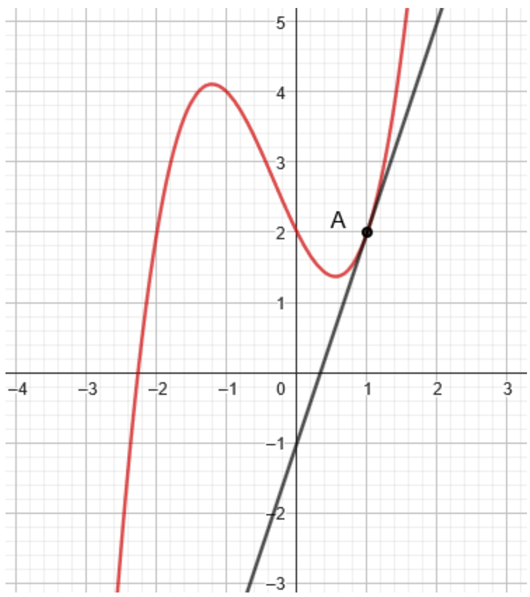
3.2 Tangente à la courbe d'une fonction

Définition :

Soit f une fonction dérivable en a, $\mathcal{C}$ sa courbe représentative et A le point d'abscisse a.
La tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point A est la droite passant par le point A et dont le coefficient directeur est $f'(a)$.

Propriété : (admise)

"Localement", A est le seul point de contact de la tangente avec la courbe.



Propriété :

Soit f une fonction dérivable en a, $\mathcal{C}$ sa courbe représentative et A le point d'abscisse a.
La tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point A a pour équation :
$y = f'(a)(x-a) + f(a)$.

Démonstration :

.