Exercice 1 : (5 points)

Barème : 1) 1,5 pts 2) 0.5pt 3) 0,75 pt 4) 0,75 pt 5) 1.5 pts

Attention dans cet exercice, la courbe de la fonction était incohérente avec le tableau de variation donné et sans doute fausse. La réponse à la question 2 n'est donc pas la même suivant qu'on regarde la courbe ou le tableau de variation.

1)

x	-2		0		4		6
Signe de $f'(x)$		+	0	-	0	+	
Variations de f	-2	↗	30	↘	-2	↗	

Aucune justification n'est attendue sur cette question.
Pour rappel :
Si la fonction est croissante sur un intervalle, sa dérivée est positive sur cet intervalle.
Si la fonction est décroissante sur un intervalle, sa dérivée est négative sur cet intervalle.

La fonction atteint un extremum en $x = 0$ et $x = 4$, donc sa dérivée est nulle pour ces valeurs de x.
Aucune information ne permet de trouver $f(6)$.

Attention sur le tableau de variation on lit $f(4) = -2$, dans le texte il est écrit que $D(4; -10)$ appartient à la courbe de f ce n'est pas cohérent, il est probable que $f(4) = -10$ soit juste et $f(4) = -2$ faux.

1) $f(x) = 0$ a 3 solutions si on se réfère au tableau de variation, sur le graphique $f(-2)$ semble positif et donc la courbe ne coupe l'axe des abscisses que deux fois.
2) (BD) est la tangente en B à la courbe, on lit le coefficient directeur de cette droite : -12
   donc $f'(2) = -12$
3) On regarde les signes de f' sur le tableau de variation fait à la question 1.
   Seules les propositions 1 et 3 sont cohérentes.
   D'après la question précédente $f'(2) = -12$
   La proposition qui convient est la 1.
4) Attention seules des lectures graphiques permettent de répondre à cette question, l'équation de la tangente obtenue n'est donc pas exacte.
   Sur la courbe de la proposition 1, on lit $f'(5) = 15$ donc l'équation de la tangente est $y = 15x + p$
   Sur la courbe représentative de f, on lit que $f(5) = 2,5$
   Donc le point de coordonnées $(5; 2,5)$ appartient à la tangente, donc :
   $$5 = 15 \times 2,5 + p$$
   $$5 = 37,5 + p$$
   $$-32,5 = p$$
   La tangente à la courbe représentative de f en $x = 5$ a pour équation $y = 15x - 32,5$

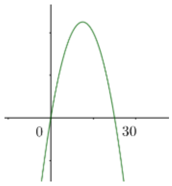
Exercice 2 : (5 points)

Barème : 1) 0.5pt 2) 1,5 pt 3) 1,5 pt 4) 0,5 pt 5) 1 pt

1. Calcul de l'image de 20 :
   $f(20) = 45 \times 20^2 - 20^3 = 45 \times 400 - 20 \times 400 = 18000 - 8000 = 10000.$
   Selon ce modèle, il y aura 10 000 personnes malade au bout de 20 jours.
2. Calcul de la dérivée de f :
   $f(t) = 45t^2 - t^3$

$f'(t) = 45 \times 2t - 3t^2 = 90t - t^2$
On développe $3t(30 - t)$
$3t(30 - t) = 3t \times 30 - 3t \times t = 90t - 3t^2$
Donc $f'(t) = 3t(30 - t)$

3. $f'(t) = -t^2 + 90t = 3t(30 - t) = -3t(t - 30)$ est de la forme $a(t - t_1)(t - t_2)$ avec $a = -3$; $t_1 = 0$ et $t_2 = 30$, donc f' est une fonction du second degré . $a = -3 < 1$ donc l'allure de la courbe est :



D'où le tableau de signes de f' sur $[0; 45]$

x	0		30		45
signes de $f'(x)$	0	+	0	−	

Méthode 2 : On peut aussi répondre à cette question en dressant le tableau de signes d'un produit. :

$x \mapsto 3t$ est une fonction affine de coefficient directeur 3 positif , donc cette fonction est croissante.
Elle s'annule en 0

$x \mapsto 30 - t$ est une fonction affine de coefficient directeur -1 négatif , donc cette fonction est décroissante.
Elle s'annule en 30

D'où le tableau de signes :.

x	0		30		45
signes de $3t$	0	+		+	
signes de $30 - t$		+	0	−	
signes de $f'(x) = 3t(30 - t))$	0	+	0	−	

4. On trace le tableau de variation de f avec les signes de f'.

x	0		30		45
signes de $f'(x)$	0	+	0	−	
variations de f	$f(0)$	↗	$f(30)$	↘	$f(45)$

5) D'après le tableau le nombre de personnes malades est maximal le 30ème jour.
$f(30) = 45 \times 30^2 - 30^3 = 45 \times 900 - 30 \times 900 = 40500 - 27000 = 13500$

Il y aura 13500 malades ce jour-là.