

Exercice 1 : Barème : 1 point par question.

Les questions 1 et 2 portent sur les suites. La question 3 sur les égalités et le calcul algébrique. La question 4 sur les probabilités.

- 1) La suite est arithmétique de raison $\frac{1}{2} = 0,5$ donc on passe d'un terme au suivant en ajoutant 0,5
donc

$$u_{50} = 1000$$

$$u_{51} = 1000,5$$

$$u_{52} = 1001$$

$$u_{53} = 1001,5$$

$$u_{54} = 1002$$

$$u_{55} = 1002,5$$

$$u_{56} = 1003$$


$$u_{57} = 1003,5$$

$$u_{58} = 1004$$

$$u_{59} = 1004,5$$

$$u_{60} = 1005 \text{ L'affirmation est vraie.}$$

- 2) La suite est géométrique de raison q donc on passe d'un terme au suivant en multipliant par q :

$$u_{100} = 5 \quad u_{101} \quad u_{102} = 20$$


Pour passer de u_{100} à u_{102} , on multiplie par $q \times q = q^2$

Pour passer de 5 à 20, on multiplie par 4

Donc $q^2 = 4$ donc $q = 2$.

Pour passer de u_{99} à u_{100} on multiplie par 2, $2,5 \times 2 = 5$ donc $u_{99} = 2,5$ **L'affirmation est vraie.**

- 3) $0 + 0 = 0 = 0^2$

0 convient, donc **l'affirmation est vraie.**

- 4) Les pièces sont équilibrées, donc il y a 4 issues équiprobables à cette expérience aléatoire :

« Pile-Pile » ; « Pile-Face » ; « Face-Pile » « Face-face »

2 issues sur 4 sont gagnantes donc la probabilité de gagner est $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$. **L'affirmation est fausse.**

Exercice 2 : (5 points)

Barème : 1) 0.5pt (développement) +1pt (tableau de signe justifié)2) 0.5pt 3)1pt 4)1pt 5) 1pt

Le nombre de points au total peut-être plus élevé pour un exercice de ce type.

1. On développe $-2(x - 40)(x - 5)$:

$$-2(x - 40)(x - 5) = -2(x^2 - 40x - 5x + 200) = -2(x^2 - 45x + 200) =$$

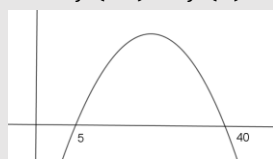
$$-2x^2 + 90x + 400 = f(x)$$

Justification du tableau de signe

f est une fonction polynôme du second degré ,

$f(x)$ est de la forme $a(x - x_1)(x - x_2)$ avec $a = -2$; $x_1 = 40$ et $x_2 = 5$.

Donc $f(40) = f(5) = 0$ et $a < 0$ donc la courbe représentative de f est de la forme :



40 n'appartient pas à l'intervalle $[2; 30]$

D'où le tableau de signes de f sur $[2; 30]$:

x	2	5	30
signes de $f(x)$	-	0	+

2. On voit sur le tableau de signes de f que le résultat de l'entreprise est positif à partir de 5 centaines soit 500 panneaux solaires réalisés.

3. $f(x) = -2x^2 + 90x - 400$

Donc $f'(x) = -2 \times 2x + 90 \times 1 + 0 = -4x + 90$

4. **Méthode 1** : directement avec les éléments trouvés à la question 2 :

On calcule les coordonnées du sommet de la parabole.

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{(40 + 5)}{5} = \frac{45}{2} = 22,5$$

$$f(22,5) = -2 \times 22,5^2 + 90 \times 22,5 - 400 = 612,5$$

La parabole a pour sommet (22,5 ; 612,5)

$$f(2) = -2 \times 2^2 + 90 \times (-2) + 400 = -8 - 180 + 400 = 212$$

d'où le tableau de variation :

x	2	22,5	40
variations de f		612,5	0
	212		

Méthode 2 : à l'aide de la dérivée.

$$f'(x) = -4x + 90$$

f est une fonction affine de coefficient directeur $-4 < 0$ donc cette fonction est décroissante.

$$-4x + 90 = 0$$

$$-4x = -90$$

$$x = 22,5$$

D'où le tableau de signes de $f'(x)$ puis le tableau de variation de f

x	2	22,5	40
signe de $f'(x)$	+	0	-
variations de f		612,5	0
	212		

5. Le maximum de f est atteint pour $x = 22,5$

$$f(22,5) = -2 \times 22,5^2 + 90 \times 22,5 - 400 = 612,5$$

Le bénéfice maximal est 1212,5 € atteint pour 2250 panneaux réalisés.

Exercice 3 : Exercice de probabilités**Barème** : 1) 1pt 2) 0.5pt 3)0.5pt 4)1pt 5) 1pt

Justification du calcul des probabilités : 1pt

1) Calculs des éléments du tableau

$$\frac{72}{100} = \frac{72 \times 6}{100 \times 6} = \frac{432}{600} \quad 432 \text{ personnes sur } 600 \text{ ont pris un plat de viande. (1)}$$

$$\frac{45}{600} = \frac{45 \times 6}{100 \times 6} = \frac{270}{600} \quad 270 \text{ personnes sur } 600 \text{ ont pris une pâtisserie. (2)}$$

$$270 - 44 = 270 - 40 - 4 = 230 - 4 = 226 \quad 226 \text{ personnes ont pris une pâtisserie et de la viande. (3)}$$

$$138 - 73 = 138 - 70 - 3 = 68 - 3 = 65 \quad 65 \text{ personnes ont pris un fruit et de la viande. (4)}$$

$$65 + 73 = 65 + 70 + 3 = 135 + 3 = 138 \quad 138 \text{ personnes ont pris un fruit. (5)}$$

$$600 - 432 = 600 - 400 - 32 = 200 - 32 = 200 - 30 - 2 = 170 - 6 = 168 \quad 168 \text{ personnes ont pris du poisson. (6)}$$

$$226 + 65 = 226 + 60 + 5 = 286 + 5 = 291$$

$$432 - 291 = 432 - (300 - 9) = 432 - 300 + 9 = 132 + 9 = 141 \quad 141 \text{ personnes ont pris de la viande et un laitage. (7)}$$

$$44 + 73 = 44 + 70 + 3 = 114 + 3 = 117$$

$$168 - 117 = 51 \rightarrow 51 \text{ personnes ont pris un laitage et du poisson. (8)}$$

$$141 + 51 = 192 \quad 192 \text{ personnes ont pris un laitage.}$$

$$\text{Vérification : } 270 + 192 + 138 = 600$$

	Pâtisserie	Laitage	Fruit	Total
Viande	226 (3)	141 (7)	65 (4)	432 (1)
Poisson	44	51 (8)	73	168 (6)
Total	270 (2)	192 (9)	138 (5)	600

Justification du calcul des probabilités

Pour les questions qui suivent : on choisit une personne au hasard, on est dans une situation d'équiprobabilité donc les probabilités sont égales aux proportions correspondantes.

$$2) p(A) = \frac{168}{600}$$

$$3) p(B) = \frac{270}{600}$$

$$4) \text{ La probabilité que la commande comprenne à la fois du poisson et une pâtisserie est } \frac{44}{600}$$

$$5) \text{ La probabilité que la commande comprenne de la viande sachant qu'elle comprend une pâtisserie est } \frac{226}{270}$$